

Hemuppgifterna görs med penna och papper. Om uppgiften innefattar programmering, får ni gärna testa era lösningar på dator och bifoga utskrifter, men det krävs ej!

1. Skriv ett program (en m-fil) som löser det linjära ekvationssystemet

$$x_M = 20000 + 0.5x_G + 0.1x_S$$

$$x_G = 40000 + 0.2x_M + 0.6x_S$$

$$x_S = 20000 + 0.1x_M + 0.25x_G$$

Skriv först på papper upp problemet på standardformen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Vad är A , \mathbf{b} och \mathbf{x} ?

2. Givet följande överbestämda linjära ekvationssystem $A\mathbf{x} \approx \mathbf{b}$:

$$x_1 + 2x_2 \approx 6$$

$$x_1 + x_2 \approx 2$$

$$-3x_1 + x_2 \approx 0$$

Vad är A , \mathbf{b} och \mathbf{x} ? Formulera normalekvationerna och beräkna för hand minstakvadratlösningen, residualvektorn och dess Euklidiska norm. Visa att residualvektorn är ortogonal mot kolumnerna i A .

3. Givet ekvationen

$$\frac{1}{x^4} + e^{x-100} = 10^8$$

som har en positiv rot mindre än 1.

Formulera Newtons metod för bestämning av roten. Gör en iteration med startvärdet $x = 1$. Försök också att göra en iteration med startvärdet $x = 0$. Diskutera resultaten. **Ledning:** $e^{-100} = 3.72 \times 10^{-44}$, $e^{-99} = 1.01 \times 10^{-43}$

De två startvärden $x_0 = 1$ och $x_0 = 0$ är alltför dåliga för att vi skall få konvergens i Newtons metod. Bestäm en bättre startgissning i intervallet $0 < x < 1$. Motivera hur du kommer fram till startvärdet. Uppskatta felet i din startgissning. **Ledning:** Använd metodoberoende felskattning.

4. Följande icke-linjära ekvationssystem skall lösas med Newtons metod:

$$x^2 + y^2 = 2.12$$

$$y^2 - x^2y = 0.04$$

Använd startvärdet $x = 1$, $y = 1$. Ställ upp det linjära ekvationssystem som skall lösas om man vill genomföra en iteration med Newtons metod för det givna systemet. Lös systemet och visa vad nästa iterat blir.

Skriv därefter ett Matlabprogram som löser problemet med fel mindre än 10^{-6} . Programmet behöver ej testas på dator, men det underlättar rättningen om ni gör det.