Bengt Lindberg
100820

Lösning till hemuppgifter för D och E, No. 3

1. Inför beteckningen u_i för en approximation till $u(x_i)$. Låt $x_i = 1 + i \times h$ så kan vi skriva approximationsformeln

$$\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} - x_i^2 u_i(u_i - 1) = 0$$

Om intervallet $(1, 3)$ delas in i fyra lika delar så blir steglängden $h = 2/4 = 0.5$, så diskretiseringspunkterna blir $x_0 = 1, x_1 = 1.5, x_2 = 2, x_3 = 2.5, x_4 = 3$. Punkterna $x_1, \ldots x_3$ är de inre punkterna. Vi formulerar approximationerna i i de inre punkterna och får

$$x = x_1 : \frac{u_2 - 2u_1 + u_0}{h^2} - 1.5^2 u_1(u_1 - 1) = 0$$

$$x = x_2 : \frac{u_3 - 2u_2 + u_1}{h^2} - 2^2 u_2(u_2 - 1) = 0$$

$$x = x_3 : \frac{u_4 - 2u_3 + u_2}{h^2} - 2.5^2 u_3(u_3 - 1) = 0$$

Detta är det önskade systemet $\mathbf{f}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$ med tre ekvationer och tre obekanta.

```
function f=frand(z)
u=[2;z;4]; x=[1.5;2;2.5]; h=0.5;
f=(u(3:5)-2*u(2:4)+u(1:3))/h^2-x.^2.*u(2:4).*(u(2:4)-1);
```

Det allmänna fallet blir

```
function f=frand(z)
global x h yL yR %dessa storheter sätts i huvudprogrammet, se nedan
N=length(z);
u=[yL;z;yR];
f=(u(3:N+2)-2*u(2:N+1)+u(1:N))/h^2-x.^2.*u(2:N+1).*(u(2:N+1)-1);
```

Huvudprogrammet inleds enligt

```
global x h yL yR
format long, format compact

N=19;  a=1; b=3; yL=2; yR=4;
h=(b-a)/(N+1); x=[a+h:h:b-h+h/10]';
```

Med Newtons metod, dålig startgissning Iterationerna konvergerar kvadratiskt mot slutet!

2. Vi inför nya variabler

$$\begin{array}{lll} z_1 = y & z_1' = z_2 & z_1(2) = 1 \\ z_2 = y' & z_2' = Cxz_1 - g(x) & z_2(2) = 0 \end{array}$$

Vi skriver högerledsfunktionen `bengt` för systemet ovan enligt

```
function f=bengt(x,z)
global C;

if x<3
  g=-1;
else
  g=-x/3;
end

  f=[z(2)
     C*x*z(1)-g];
```

Därefter skriver vi huvudprogrammet

```
global C;
for C=[0.05 0.1 0.2]
   [X, Z]=ode45(@bengt,[2 5],[1;0]);
   plot(X,Z(:,1)); hold on
end
```