2D1212 HT2006
NADA
29 augusti 2006

Laboration 2

Ekvationslösning och kurvanpassning

Efter den här laborationen skall du känna igen problemtyperna linjära och olinjära ekvationer, överbestämda linjära ekvationer och minst ett sätt att lösa varje problemtyp samt att kunna uppskatta lösningsnoggrannheten. Du skall också lära dig att interpolera.

1. Olinjär skalär ekvation

Läsanvisning: GNM kap 3.

Man vill bestämma samtliga rötter till följande skalära ekvation,

$$y(x) = x - 4\sin(2x) - 3 = 0.$$

Noggrannheten skall vara minst tio korrekta siffror.

a) Rita grafen för $y(x) = x - 4\sin(2x) - 3$ (med MATLAB). Samtliga nollställen till $y(x)$ skall vara med. Hur många rötter finns det?

b) Genomför, med papper och penna (och miniräknare), två iterationer med Newton-Raphsons metod och startvärdet $x_0 = 2$.

c) Undersök empiriskt och teoretiskt vilka av rötterna som kan bestämmas med följande två metoder:

(1) Fixpunktsiterationen $\quad x_{n+1} = -\sin(2x_n) + \frac{5}{4}x_n - \frac{3}{4}$,

(2) Newtons metod.

d) För bägge metoderna och för minst två konvergerande rötter skriv ut tabeller som visar hur iteraten konvergerar mot rötterna. Utöka därefter tabellerna så att följande storheter kan avläsas:

(1) Konvergenshastigheten (linjär eller kvadratisk)

(2) Antalet iterationer som krävs för att få rötterna med minst tio siffrors noggrannhet.

2. Minstakvadratmetoden och interpolation - med papper och penna

Läsanvisning: GNM kap 4.1A,D,E.

Vid följande tider, $t = 0, 1, 3$ har mätningar givit $y = 2, 8, 11$
Anpassa med minstakvadratmetoden en rät linje, $F(t_i) = c_1 + c_2 t_i$, till givna data.

a) Ställ upp normalekvationerna för problemet och bestäm c_1 och c_2.

b) Visa att man också kan bestämma c_1 och c_2 genom att minimera felkvadratsumman.

c) Interpolera ett andragradspolynom genom punkterna och ställ upp det linjära ekvationssystem som ger polynomets koefficienter.

3. Interpolation och minstakvadratanpassning - med dator

Givet är följande tabell över termisk konduktivitet som funktion av temperaturen för elementet järn

Temperatur, T, (K):	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Kond., k, (W/cmK):	1.318	1.049	0.827	0.799	0.691	0.614	0.544	0.490	0.425	0.385

a) Utnyttja de fyra värdena vid temperaturen 100, 300, 700 och 1000 och interpolera genom dem med ett tredjegradspolynom. Rita polynomkurvan med fin diskretisering (tex 100:5:1000). Markera också alla mätpunkter och markera speciellt de fyra utvalda punkterna.
Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 400K$? Jämför med det uppmätta värdet. Beräkna också felkvadratsumman, dvs summera kvadraten på felet i de tio mätpunkterna.

b) Använd alla punkterna och interpolera med ett niondegradspolynom. Markera alla mätpunkterna och rita polynomkurvan med fin diskretisering. Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 400K$? Jämför med det uppmätta värdet. Beräkna också felkvadratsumman.

c) Anpassa ett andragradspolynom i minstakvadratmening till givna data. Plotta på samma sätt som ovan och ange konduktiviteten för temperaturen $T = 400K$ enligt denna modell. Jämför med det uppmätta värdet. Beräkna även felkvadratsumman.

d) Gör om samma beräkningar som i **c)** för ett tredjegradspolynom. Är anpassningen bättre än i **c)** ?

e) Vilken kurvanpassning skulle du välja? Varför?

Hur många timmar ungefär har den här laborationen tagit?

En fråga på kursutvärderingen i slutet av kursen kommer att gälla tidsåtgång och laborationsomfång. Tänk redan nu igenom vad som är bra och vad som kan förbättras!

$/---\mathcal{NC}---/$