

DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN MED EFTERFÖLJANDE
KAMRATRÄTTNING
26 maj 2009, 14.00 - 16.00

Dilian Gurov
KTH CSC
08-790 81 98

Skriv svaren direkt på blanketten. Skriv **inte** namn eller personnummer på tentan.
Ett formelblad är bifogat. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
Kravet för godkänt på tentan är att vara godkänd på alla tre delar *och* att ha deltagit i kamraträttningen. Kom till sal F1 kl. 16.15.

1 Satslogik, Predikatlogik

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på första kontrollskrivningen, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 5 poäng och bör inte lösa den uppgiften). Bonuspoängen från hemtalen 1 och 2 tillgodoräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Presentera ett *bevis* i Naturlig deduktion till följande sekvent:

5p

$$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x \neg Q(x) \vdash \exists x \neg P(x)$$

Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

Bevis:

Om du är godkänd på *första kontrollskrivningen*, kryssa här:

2. Hitta en *motvaluing* som visar att följande sekvent *inte* gäller:

$$q \rightarrow \neg p, p \rightarrow q \vee r \models \neg(q \wedge r)$$

Motvaluing:

Finns det fler motvaluingar?

Visa en *sanningsvärdestabell* som motiverar dina svar:

Mina bonuspoäng från hemtalen 1 och 2: _____

2 Prolog, Induktion, Temporallogik

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på andra kontrollskrivningen, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 5 poäng och bör inte lösa den uppgiften). Bonuspoängen från hemtalen 3 och 4 tillgodoräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Binära träd över heltal kan definieras med BNF så här:

5p

$$BIntTree ::= \text{leaf}(Int) \mid \text{bintree}(BIntTree, BIntTree)$$

där Int definierar alla heltal. Några exempel på binära heltalsträd är:

```
leaf(5)
bintree(leaf(17), leaf(-4))
bintree(leaf(-2), bintree(leaf(4), leaf(-16)))
```

Definiera *induktivt* funktionen **sum**(t) som beräknar summan på alla löv i ett binärt heltalsträd t . Till exempel är **sum**($\text{bintree}(\text{leaf}(17), \text{leaf}(-4))$) lika med 13.

Induktiv definition:

Använd din definition för att beräkna *stegvis*:

sum($\text{bintree}(\text{bintree}(\text{leaf}(7), \text{leaf}(-2)), \text{leaf}(-8))$)

Stegvis beräkning:

Om du är godkänd på *andra kontrollskrivningen*, kryssa här:

2. Vi modellerar nu ett trafikljus. Låt $Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{grönt, rött, gult}\}$, och låt \mathcal{M} vara modellen definierad 5p som:

$$\begin{aligned} S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_1, s_2, s_3, s_4\} \\ \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_1, s_2), (s_2, s_3), (s_3, s_4), (s_4, s_1)\} \\ L &: \begin{aligned} s_1 &\mapsto \{\text{grönt}\} \\ s_2 &\mapsto \{\text{gult}\} \\ s_3 &\mapsto \{\text{rött}\} \\ s_4 &\mapsto \{\text{rött, gult}\} \end{aligned} \end{aligned}$$

Förklara intuitivt betydelsen av CTL formeln $AG (\text{gult} \rightarrow AX \text{rött})$ i godtycklig modell och tillstånd:

Avgör om $\mathcal{M}, s_1 \models AG (\text{gult} \rightarrow AX \text{rött})$ gäller och motivera ditt svar:

3 Hoare-logik

Kravet för godkänt på denna del är 5 poäng av 10 från de *första två uppgifterna*. Bara då kommer C-uppgiften att räknas.

1. Betrakta Hoare-trippeln:

$$\langle \text{true} \rangle P \langle x = y^2 \rangle$$

5p

Förklara intuitivt specifikationen enligt *total korrekthet*:

Är det entydigt från specifikationen hur programmet P ska användas för att beräkna kvadraten till ett heltal *utan* att känna till själva koden? Om inte, föreslå en bättre specifikation. Motivera ditt svar.

2. Betrakta följande program Mod2 som kan användas för att avgöra om startvärdet på variabeln x är jämnt eller ojämnt:

5p

```
while (x > 1) {  
    x = x - 2;  
}
```

Specificera programmet med en Hoare-trippel enligt total korrekthet med hjälp av 1-ställiga predikat-symbolen Even. Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet Mod2 kan användas *utan* att känna till själva koden.

Specifikation som Hoare-trippel:

Förklara intuitivt din specifikation:

3. Betrakta följande program `Swap2` som byter på värden på variablerna `x` och `y`.

```
x = x + y;  
y = x - y;  
x = x - y;
```

Bevisa

$$\vdash_{\text{par}} (x = x_0 \wedge y = y_0) \text{ Swap2 } (x = y_0 \wedge y = x_0)$$

med Hoare-logik. Presentera beviset som bevistabla:

Identifiera alla *bevisförpliktelser* (resulterande från regeln `Implied`) och motivera varför de gäller:

Lycka till!

Tentanden ska inte skriva något på denna sida.

Rättningsprotokoll

Uppgift 1.1:	
Uppgift 1.2:	
Bonuspoäng Del 1:	
Betyg Del 1 (E/F):	
Uppgift 2.1:	
Uppgift 2.2:	
Bonuspoäng Del 2:	
Betyg Del 2: (E/F):	
Uppgift 3.1:	
Uppgift 3.2:	
Uppgift 3.3 (G/NG/IG):	
Betyg Del 3 (C/D/E/F):	

Jag har poängsatt tentan efter min bästa förmåga.

Rättarens underskrift:

Rättarens namn och personnummer (läsligt):

Lärarens signatur:

Vänd inte på
häftet förrän
läraren säger till!