

## Mästarprov 2: Komplexitet

Mästarprovet ska lösas **individuell** och redovisas både skriftligt och muntligt. *Inget samarbete är tillåtet, se vidare hederskodexen.* Du ska alltså inte diskutera lösningar med någon annan fram till dess att alla muntliga redovisningar är avklarade.

**Skriftliga lösningar** ska lämnas senast **fredag 29 november klockan 8.15** på övningen eller i lådan utanför studentexpeditionen på Osquars backe 2, plan 4. Det är viktigt att du lämnar in i tid! Sist i denna uppgiftslydelse finns en försättsida som ska lämnas in tillsammans med dina skriftliga lösningar.

Skriv ditt namn och personnummer överst på framsidan av lösningarna. Se till att spara en kopia av dina lösningar så att du kan läsa på inför den **muntliga redovisningen** som kommer att ske 3–6 december. Boka tid för en femton minuters muntlig redovisning på kurswebbsidan senast 29 november klockan 8.15. Bokningslistorna läggs upp senast 25 november. Om du inte hinner göra uppgiften så avbokar du enkelt din bokning.

Det är viktigt att du förbereder dig inför den muntliga redovisningen. För att en uppgift ska godkännas ska du kunna förklara och motivera lösningen muntligt och reda ut eventuella oklarheter.

Läs uppgifterna mycket noga så att du inte råkar basera dina lösningar på en missuppfattning. Fråga en lärare på kursen om något är oklart.

Mästarprov 2 är ett obligatoriskt moment i kursen. Det består av tre uppgifter som motsvarar betygsriterierna för E, C respektive A. För godkänt (betyg E) krävs helt rätt på en av uppgifterna. Helt rätt på två av uppgifterna ger betyg C och alla rätt ger betyg A. Ett mindre fel på en uppgift sänker betyget ett steg. Läs mer om betyg på kursens webbsida.

För att se exempel på hur utförliga lösningarna bör vara kan du titta på lösningar till tidigare mästarprov på kurswebben.

### 1. Hur kort kan texten bli om man blandar om den?

*Betygskriterium: förklara principerna, utföra enklare reduktioner mellan givna problem.*

Låt oss ta bort kravet på att orden i den packade texten i uppgift 1 i mästarprov 1 ska vara i samma ordning som i indata. Då kan det vara möjligt att packa texten på färre rader än den giriga algoritmen kan.

Textpackningsproblemet har som indata ordlängderna  $w_1, \dots, w_n$  och radlängden  $len$ . Problemet är att ta reda på det minimala antalet rader av längd  $len$  som dom  $n$  orden kan rymmas på om det är tillåtet att pussla om orden. Orden ska ha mellanslag mellan sig när dom placeras ut på raderna, precis som i mästarprov 1.

Formulera detta minimeringsproblem som ett beslutsproblem (genom att införa ett mål) och visa att beslutsproblemet är NP-fullständigt. När du ska visa att problemet är NP-svårt är det lämpligt att reducera problemet Mängdpartitionering (givet en mängd positiva heltal, går det att partitionera talen i två delar som har samma summa?).

*Vänd!*

## 2. UKÄ-problemet

*Betygskriterium: visa NP-fullständighet.*

UKÄ (Universitetskanslersämbetet) värderar en utbildnings kvalitet genom att bedöma hur en mängd exjobb uppfyller utbildningens mål. Varje exjobb bedöms med avseende på varje mål, och får då en av bedömningarna "bristande kvalitet", "hög kvalitet" eller "mycket hög kvalitet". Alla exjobb är dock inte med i slutbedömningen utan bara ett urval. Hur urvalet görs påverkar förstås utfallet.

Anta att vi som indata får antalet mål  $m$ , bedömningarna av  $n$  exjobb (en bedömning för vart och ett av målen), samt ett tal  $k$  som anger hur många exjobb som ska väljas ut. UKÄ-problemet är att avgöra ifall det går att välja ut  $k$  av exjobben så att det för varje mål finns minst ett exjobb som har bedömningen *bristande kvalitet*.

Visa att UKÄ-problemet är NP-fullständigt! Var noga så att du inte missar någon del av beviset.

I reduktionen får du använda dom nio känt NP-fullständiga problemen i listan från föreläsning 25.

## 3. Konstruktion av minimal mängd exjobb

*Betygskriterium: göra konstruktionsreduktioner.*

UKÄ-problemet i uppgift 2 kan ses som ett optimeringsproblem där det gäller att hitta det minsta  $k$  för vilket det för varje mål finns minst ett exjobb som har bedömningen *bristande kvalitet*.

Anta att det finns en algoritm UKÄ som löser beslutsproblemet i uppgift 2 i tid  $B(n, m)$ , som är en positiv funktion som växer (förmodligen exponentiellt) med  $n$  och  $m$ .

Konstruera en polynomisk turingreduktion av konstruktionsproblemet till beslutsproblemet. I konstruktionsproblemet ska man konstruera (skriva ut) en optimal delmängd exjobb, alltså numren på dom exjobb som ska väljas ut.

Även om det finns flera optimala delmängder så ska bara en skrivas ut.

Analysera tidskomplexiteten för din reduktion och motivera att den är korrekt.

Namn: .....

### Enkät om undervisningen i komplexitet

Fyll i denna sida och lämna in den som försättssida till din lösning. Uppgifterna på denna sida används bara i forskningsprojektet om komplexitet. Sidan kommer att skiljas av från dina mästarpövlösningar innan assistenten får dessa för granskning. Vad du skriver påverkar alltså inte bedömningen av dina resultat i kursen. Däremot är dina svar mycket värdefulla för att föra forskningen framåt.

Kryssa i vad av nedanstående du har närvarat vid eller genomfört!

- föreläsning 21 den 17/10 (motivering till varför komplexitet är användbart att kunna)
- visualiseringsdemo den 10/11 (NP-reduktionsvisualisering med Alvie)
- har tittat på NP-visualiseringsfilmerna eller använt Alviesystemet på egen hand
- teoriuppgifter till labb 4 (NP-fullständighetsreduktioner)
- labb 4 (NP-fullständighetsreduktioner)
- har gjort flera godkända inskickningar av labb 4 till Kattis för att få bättre tid

Det har varit 9 föreläsningstimmar (F20–F28) om reduktioner, NP-fullständighet och oavgörbarhet.

Ungefär hur många har du deltagit i?

Det har varit 4 övningar (Ö7–Ö10) om reduktioner, NP-fullständighet och oavgörbarhet.

Ungefär hur många har du deltagit i?

Fundera på vad som till största delen gjorde att du lärde dig det du kan om nedanstående saker. Du får kryssa i flera rutor på samma rad.

	föreläsningar	övningar	NP-visualisering med Alvie	teori till labb 4	labb 4	mästarpöv 2	kan inte detta alls	annat sätt än genom ADK-undervisningen
avgöra om ett beslutsproblem tillhör NP								
beskriva vad ett NP-fullständighetsbevis är uppbyggt av								
välja ett lämpligt NP-fullständigt problem att reducera								
konstruera en enkel NP-reduktion mellan givna problem								
bevisa att en NP-reduktion är korrekt								
reducera optimeringsproblem till beslutsproblem								
reducera konstruktionsproblem till optimeringsproblem								