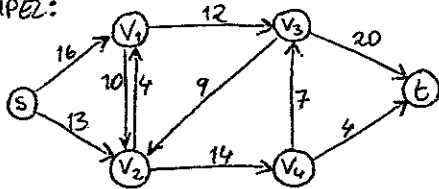


MAXIMALT FLÖDE I GRAF

INDATA: DIGRAF G MED KANTVIKTER $c(u,v) \geq 0$
 TVÅ SPECIELLA HÖRN I G : KÄLLAN s , SÄNKAN t

UTDATA: ETT MAXIMALT FLÖDE GENOM GRAFEN
 FRÅN s TILL t SÅ ATT HÖGST $c(u,v)$
 FLÖDAR GENOM KANTEN (u,v) FÖR VARJE KANT.

EXEMPEL:



ALGORITMIDÉ: (FORD-FULKERSON)

- STARTA MED FLÖDE 0
- WHILE (\exists STIG LÄNGS VILKEN FLÖDET KAN ÖKA) DO
 ÖKA FLÖDET LÄNGS DENNA STIG SÅ MYCKET
 DET GÅR

TIDSKOMPLEXITET: $O(|V|^3)$ (FÖR BÄSTA IMPLEMENTATIONEN)

SATS: OM $c(u,v) \in \mathbb{N}$ (HELTALSKAPACITETER)
 SÅ PRODUCERAR ALGORITMEN ETT MAXIMALT
 FLÖDE MED HELTALSFLÖDEN I VARJE KANT.

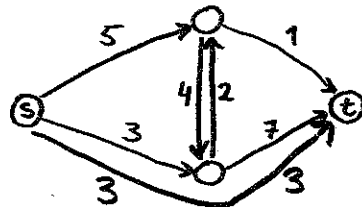
RESTFLÖDESGRAFEN

ETT ENKELT SÄTT ATT HITTA STIGAR SOM
 ÖKAR FLÖDET ÄR ATT ANVÄNDA RESTFLÖDESGRAFEN

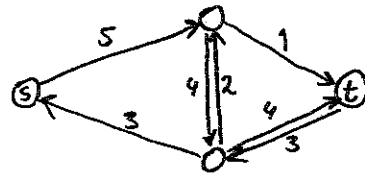
G_f SOM HAR SAMMA HÖRN SOM G OCH EN KANT
 FRÅN u TILL v OM FLÖDET LOKALT FRÅN u TILL v

KAN ÖKAS; KANTENS KAPACITET $c_f(u,v) = c(u,v) - f(u,v)$,
 DÄR $f(u,v) = -f(v,u)$.

EXEMPEL: DET UTRITADE FLÖDET 3 I GRAFEN:



GER RESTFLÖDESGRAFEN:



EDMONDS-KARPS ALGORITM FÖR FLÖDE

FORD-FULKERSONS METOD DÄR DEN STIG SOM
 HAR MINST KANTER ALLTID VÄLJS.

IMPLEMENTATION:

HITTA KORTASTE STIGEN I RESTFLÖDESGRAFEN
 MED HJÄLP AV BREDDENFÖRSTÖKNING FRÅN s .

KOMPLEXITETSANALYS:

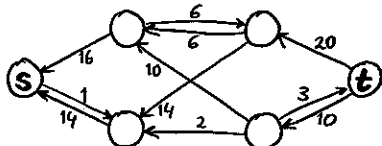
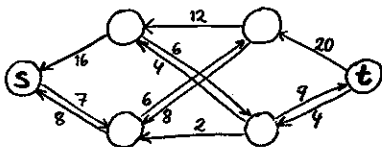
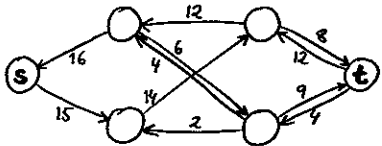
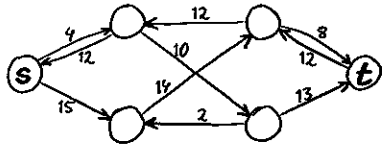
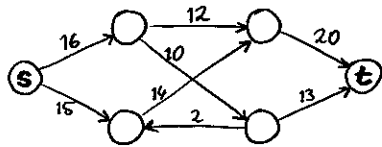
ATT HITTA KORTASTE STIGEN TAR TID $O(|E|)$.

ATT UPPDATERA FLÖDET LÄNGS STIGEN TAR TID $O(|V|)$.

LEMMA: (BEVISET INGÅR INTE I KURSEN)
 OM DEN KORTASTE STIGEN VÄLJS I FORD-
 FULKERSONS METOD HITTAS DET MAXIMALA
 FLÖDET EFTER HÖGST $|V||E|$ VARV I SLINGAN.

TOTAL TIDSKOMPLEXITET: $O(|V||E| \cdot |E|) = O(|V||E|^2)$

FLÖDESEXEMPEL



TOTALT FLÖDE: 30

MAXIMALT FLÖDE = MINIMALT SNITT

GIVET ETT SNITT $(S, V-S)$ I FLÖDESGRAFEN
SÅ ATT $s \in S$ OCH $t \in V-S$.

LÄT $c(S, V-S)$ VARA SUMMAN AV VIKTERNA PÅ DOM
KANTER SOM KORSAR SNITTET FRÅN S TILL $V-S$.

IDE: FLÖDET ÄR MINDRE ÄN $c(S, V-S)$
FÖR ALLA SNITT

SATS: DET MAXIMALA FLÖDET = MIN $c(S, V-S)$

BEVIS: LÄT f VARA ETT MAXIMALT FLÖDE.

DÄ FINNS DET INGEN STIG FRÅN s TILL t
I RESTFLÖDESGRAFEN G_f LÄNGS VILKEN
FLÖDET KAN ÖKA.

LÄT $S = \{v \in V : \exists \text{ STIG FRÅN } s \text{ TILL } v \text{ I } G_f\}$

$(S, V-S)$ ÄR ETT SNITT

FÖR VARJE KANT (u, v) SOM KORSAR SNITTET
FRÅN S TILL $V-S$ GÄLLER $f(u, v) = c(u, v)$

\Rightarrow FLÖDET = $c(S, V-S)$

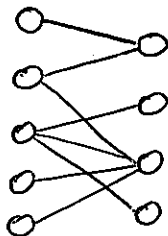
BIPARTIT MATCHNING

INDATA: BIPARTIT GRAF $(U \cup V, E)$

UTDATA: EN MATCHNING $M \subseteq E$ AV MAXIMAL
STORLEK

M ÄR EN MATCHNING OM INGA KANTER I M HAR
NÅGON GEMENSAM ÄNDDUNKT.

EXEMPEL:



REDUKTION AV BIPARTIT MATCHNING TILL FLÖDE:

BIPARTITE-MATCHNING $(U, V, E) =$

• KONSTRUERA GRAF (V', E') SOM

$$V' = U \cup V \cup \{s, t\}$$

$$E' = \{(u, v) : u \in U, v \in V, (u, v) \in E\} \cup$$

$$\cup \{(s, u) : u \in U\} \cup$$

$$\cup \{(v, t) : v \in V\}$$

$$c(e) = 1 \quad \forall e \in E'$$

• RETURN (FORD-FULKERSON $(V', E') \cap E$)