Om man måste lösa ett NP-fullständigt problem, vad gör man då?

1. Begränsa problemet — vissa typer av indata kanske är enklare
2. Lös bara för små indata med en exponentiell algoritm
3. Använd en approximationsalgoritm som garanterat ger en lösning som är nära den optimala
4. Använd en heuristik som ger en lösning som förhoppningsvis är bra. Prova helst flera heuristiker.
5. Kombinera 1 med 2, 3 eller 4.

Approximerbarhet

NP-fullständiga problem kan (nog) inte lösas i polynomisk tid.

Många NP-fullständiga problem är egentligen optimeringsproblem.

Kan man i polynomisk tid approximera ett optimeringsproblem, dvs hitta en lösning som säkert är nära den optimala lösningen?

Svar: Ja, för vissa problem, men inte för alla.

Exempel: Minimal hörntäckning

Approximationsalgoritm:

```
while E ≠ ∅
    plocka kant (v1, v2) från E
    S ← S ∪ {v1, v2}
    plocka bort alla kanter i E som har ändpunkt
      i v1 eller v2
return S
```

Analys av approximationsalgoritmen:

Tidskomplexitet:

Varje kant i E behandlas bara en gång. Inget annat arbete görs.

$\Rightarrow O(|E|)$

Korrekthet:

Lösningen S är en hörntäckning av grafen ty varje kant i grafen plockas bort från E och en kant plockas bara bort då minst en av dess ändpunkter stoppas in i S.

Approximation:

Den funna lösningen innehåller högst dubbelt så många hörn som den optimala lösningen, ty

$$\underbrace{OPT_G}_{\text{Antalet hörn i den optimala lösningen av ursprungsproblemet}} \geq \underbrace{OPT_M}_{\text{Antalet hörn i den optimala lösningen på den delgraf som bara består av dom plockade kanterna i grafen.}} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{APPROX}_{\text{Antalet hörn i lösningen som approximationsalgoritmen returnerar}}$$

MÅTT PÅ APPROXIMERBARHET

APPROXIMATIONSKVOTEN FÖR EN ALGORITM ÄR

$\frac{\text{APPROX}}{\text{OPT}}$ FÖR MINIMERINGSPROBLEM,

$\frac{\text{OPT}}{\text{APPROX}}$ FÖR MAXIMERINGSPROBLEM.

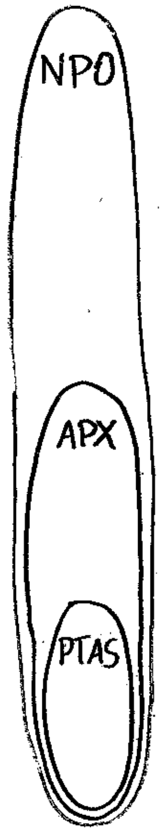
APPROXIMATIONSKVOTEN ÄR ALLTID ≥ 1

EXEMPEL: APPROXIMATIONSALGORITMEN FÖR MINIMAL HÖRNTÄCKNING HAR APPROXIMATIONSKVOTEN 2.

ALGORITMEN APPROXIMERAR MINIMAL HÖRNTÄCKNING INOM FAKTORN 2.

PROBLEMET MINIMAL HÖRNTÄCKNING KAN APPROXIMERAS INOM FAKTORN 2.

PROBLEMKLASSER FÖR APPROXIMATION



NPO = { OPTIMERINGSPROBLEM I NP }

EXEMPEL: TSP
MAX KLICK
MIN MÄNGDTÄCKNING

APX = { PROBLEM SOM KAN APPROXIMERAS INOM NÅGON KONSTANT }

EXEMPEL: MIN HÖRNTÄCKNING
TSP MED TRIANGELOLIKHET
MAX 3CNFSAT

PTAS = { PROBLEM SOM KAN APPROXIMERAS INOM VARJE KONSTANT $1+\varepsilon$ }

EXEMPEL: MAX DELMÄNGDSSUMMA
TSP I PLANET

POLYNOMIAL TIME APPROXIMATION SCHEME

AKTUELL FORSKNING I APPROXIMATION

- VISA ÖVRE OCH UNDRE GRÄNSER SOM ÄR SÅ NÄRA VARANDRA SOM MÖJLIGT FÖR OLIKA PROBLEM
- FÖRKLARA VARFÖR NP-FULLSTÄNDIGA PROBLEM BETER SEJ OLIKA VID APPROXIMATION — HITTA PROBLEMEGENSKAPER SOM FÖRKLARAR APPROXIMATIONSEGENSKAPERNA

LISTA MED DOM BÄSTA APPROXIMATIONSGRÄNSERNA FÖR ALLA OPTIMERINGSPROBLEM:

http://www.nada.kth.se/~viggo/problemlist/