

Lösningförslag

Tentamen i Maskininlärning

2D1431

2006-12-18, kl 14.00 – 19.00

Tillåtna hjälpmedel: *Miniräknare*.

Preliminära betygsgränser:

$$0 \leq p < 23 \rightarrow U$$

$$23 \leq p < 29 \rightarrow 3$$

$$29 \leq p < 35 \rightarrow 4$$

$$35 \leq p \leq 40 \rightarrow 5$$

1 Terminologi

(4p)

För var och en av termerna (a–h) i listan till vänster, ange den förklaring från listan till höger som bäst stämmer med termens användning inom maskininlärning.

- | | |
|-----------------------------|---|
| a) Hypotes | 1) Mått på hur många träningsexempel som krävs |
| b) Begreppsindelning | 2) Inlärning av boolska funktioner från exempel |
| c) Negativt exempel | 3) Inlärning när exemplen ändras över tiden |
| d) Preference bias | 4) Träningsexempel som inte ger någon ny information |
| e) Credit assignment | 5) Antaganden om indatapunkternas fördelning |
| f) Temporal difference | 6) Terminologins roll för inlärningen |
| g) Linjärt separerbara data | 7) Begrepp som kan beskrivas av ett enlagers neuronät |
| h) Entropi | 8) Mått på överraskningen när man får resultatet av en handling |
| | 9) Träningsdatapunkt som inte ingår i begreppet |
| | 10) Mått på osäkerheten |
| | 11) Inlärningsalgoritmens påverkan på resultatet |
| | 12) Möjligt resultat från inlärningen |
| | 13) Problemet att förstärka rätt del av ett sammansatt beteende |
| | 14) Datapunkter som inte bör approximeras linjärt |
| | 15) Ojämn fördelning av datapunkterna |
| | 16) Hänsyn till kostnaden för varje datapunkt |

a-12, b-2, c-9, d-11, e-13, f-8, g-7, h-10

2 Boosting

(3p)

Vad krävs av en inlärningsalgoritm för att man ska kunna använda boosting för att förbättra dess prestanda? Ändras hypotesrummet av att man använder boosting? Motivera!

- Den måste ge bättre resultat än ren slump
- Det måste gå att vikta träningsexemplen
- Hypotesrummet blir annorlunda eftersom hypoteserna nu är sammanviktade versioner av de ursprungliga hypoteserna

3 Candidate-Elimination

(5p)

CANDIDATE-ELIMINATION kan användas för att hitta det intervall på reella talaxeln som stämmer med träningsexemplen. Varje träningsexempel är ett reellt tal, med information om ifall det ligger i intervallet eller ej.

Ange för varje nytt träningsexempel vad mängderna S och G innehåller under träningen med dessa exempel:

$$\langle 4, - \rangle, \langle 3, + \rangle, \langle 1, - \rangle, \langle 2, + \rangle$$

Exemplen presenteras i denna ordning (från vänster till höger).

Initialt: $G = \{[-\infty, \infty]\}$ $S = \{\emptyset\}$
efter $\langle 4, - \rangle$: $G = \{[-\infty, 4), (4, \infty]\}$ $S = \{\emptyset\}$
efter $\langle 3, + \rangle$: $G = \{[-\infty, 4)\}$ $S = \{[3, 3]\}$
efter $\langle 1, - \rangle$: $G = \{(1, 4)\}$ $S = \{[3, 3]\}$
efter $\langle 2, + \rangle$: $G = \{(1, 4)\}$ $S = \{[2, 3]\}$

4 Informationsinnehåll

(5p)

Antag att du har ett begrepp som definieras av

$$b = a_1 > 0.3 \wedge a_2 > 0.5$$

där a_1 och a_2 är exemplens attribut som båda är reella tal i intervallet $[0, 1]$ med en likformig fördelning över intervallet.

- a) Beräkna entropin för begreppet när varken a_1 eller a_2 är kända.

$$\begin{aligned} P(b) &= P(a_1 > 0.3) \cdot P(a_2 > 0.5) = 0.7 \cdot 0.5 = 0.35 \\ \text{ent}(b) &= -P(b) \log_2(P(b)) - P(\neg b) \log_2(P(\neg b)) = \\ &= -0.35 \log_2(0.35) - 0.65 \log_2(0.65) \approx 0.934 \end{aligned}$$

b) Vad blir den förväntade informationsvinsten av att mäta a_1 ?

Behandla fallen $a_1 \leq 0.3$ och $a_1 > 0.3$ separat.

$$P(a_1 \leq 0.3) = 0.3$$

$$\text{ent}_{a_1 \leq 0.3}(b) = 0$$

$$P(a_1 > 0.3) = 0.7$$

$$\text{ent}_{a_1 > 0.3}(b) = -0.5 \log_2(0.5) - 0.5 \log_2(0.5) = 1$$

Förväntad entropi efter att a_1 har mätts:

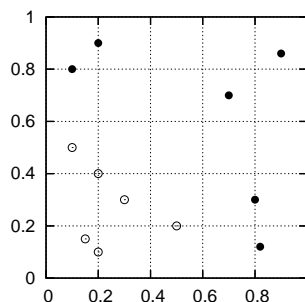
$$P(a_1 \leq 0.3) \cdot 0 + P(a_1 > 0.3) \cdot 1 = 0.7$$

$$\text{Förväntad vinst} = 0.934 - 0.7 = 0.234$$

5 Neuronnät

(5p)

Räkna för hand ut vikterna och tröskelvärdet i ett en-lagersnät med två ingångar så att alla punkterna i figuren klassas rätt. Fyllda cirklar ska ge utresultatet 1, öppna cirklar resultatet 0. Visa tydligt hur utsignalen räknas ut från insignalen med en formel där dina värden är insatta.



Observation 1: det handlar om att bestämma två vikter (en från varje indata-dimension), samt ett tröskelvärde.

Observation 2: punkterna separeras av en linje mellan punkterna $(0.0, 0.8)$ och $(0.8, 0.0)$.

Välj t.ex. vikterna $w_1 = 1$ och $w_2 = 1$, samt tröskelvärdet $\theta = 0.8$. Resultatet ges av:

$$y(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{om } x_1 + x_2 > 0.8 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

6 En vit Jul?

(3p)

Du bedömer normalt sett sannolikheten att vi får snö till Julafton till 60%. Du har dock lagt märke till att de år vi fått en vit Jul har du i 30% av fallen haft värk i vänster stortå. Åren utan snö har du dock haft värk i hela 80% av fallen.

I år har du haft tydlig värk i din vädertå. Gör med hjälp av denna observation en MAXIMUM-A-POSTERIORI skattning av ifall vi får en vit Jul eller ej.

Beteckningar: V vit Jul, T värk i tån.

Vi söker MAP-lösningen, d.v.s. $\operatorname{argmax}_{h \in \{V, \neg V\}} P(h|T)$

Vi vet: $P(V) = 0.6$ samt $P(T|V) = 0.3$ och $P(T|\neg V) = 0.8$

$$P(V|T) = \frac{P(V)P(T|V)}{P(T)} = \frac{0.6 \cdot 0.3}{P(T)} = \frac{0.18}{P(T)}$$

$$P(\neg V|T) = \frac{P(\neg V)P(T|\neg V)}{P(T)} = \frac{0.4 \cdot 0.8}{P(T)} = \frac{0.32}{P(T)}$$

$$\operatorname{argmax}_{h \in \{V, \neg V\}} P(h|T) = \neg V$$

d.v.s. det blir ingen snö till Jul.

7 Bias

(2p)

- a) Ge ett exempel på en inlärningsalgoritm med *restriction bias*

T.ex. enlayers neuronnät (kan endast klara linjär separering)

- b) Ge ett exempel på en inlärningsalgoritm med *preference bias*

T.ex. beslutsträd med ID3 algoritmen (föredrar enkla lösningar)

8 Q-Learning

(5p)

Antag att du har implementerat ett program för Q-learning tänkt att användas för belöningsbaserad inlärning. Du misstänker dock att det kan ha blivit lite fel i programmet och provkör därför med ett litet testexempel.

Du konstruerar ett litet testexempel där omgivningen kan vara i fyra olika tillstånd (s_1 , s_2 , s_3 och s_4) och agenten i varje tidssteg väljer en av tre handlingar (a_1 , a_2 och a_3).

Q-funktionen lagras som en tabell i programmet och du initierar den med dessa värden:

	$s = s_1$	$s = s_2$	$s = s_3$	$s = s_4$
$a = a_1$	0.1	0.2	0.3	0.4
$a = a_2$	0.5	0.6	0.7	0.8
$a = a_3$	0.9	1.0	1.1	1.2

Agenten befinner sig från början i tillstånd s_3 och bestämmer sig där för att göra handling a_1 . Den erhåller då en belöning med värdet 1 och hamnar i tillstånd s_2 . Där väljer den att göra handling a_2 vilket visar sig inte ge någon belöning alls men den hamnar i tillstånd s_4 .

Räkna ut hur Q-värdena i tabellen borde förändras ifall ditt program fungerar rätt. Redogör för vilka Q-värden som ändras och hur mycket, när agenten utför dessa två

steg. Avskrivningen av värdet av framtida belöningar (γ) är satt till 0.9. Uppdateringssteget η är 0.2 (d.v.s. Q-värdena ändras med 20% av temporal difference-värdet).

Vid Q-learning uppdateras Q-värdet i varje steg för det tillstånd man går ifrån och för den handling man verkligen utförde. I vårt fall ändras alltså $Q(s = 3, a = 1)$ samt $Q(s = 2, a = 2)$.

Uppdateringen storlek bestäms av TD-uppdateringsregeln:

$$Q(s, a) = Q(s, a) + \eta \left[r + \gamma (\max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a)) \right]$$

I vårt fall innebär detta

$$Q(3, 1) = 0.3 + 0.2 \left[1 + 0.9 \max_{a'} Q(2, a') - 0.3 \right]$$

samt

$$Q(2, 2) = 0.6 + 0.2 \left[0 + 0.9 \max_{a'} Q(4, a') - 0.6 \right]$$

Sätter vi in siffror får vi

$$Q(3, 1) = 0.3 + 0.2 [1 + 0.9 \cdot 1 - 0.3] = 0.62$$

$$Q(2, 2) = 0.6 + 0.2 [0 + 0.9 \cdot 1.2 - 0.6] = 0.696$$

9 Genetiska algoritmer

(4p)

Du vill använda en genetisk algoritm för att optimera ledningsdragningen i ett elkraftnät. Nätet skall förbinda 50 städer, givna i förväg. Optimeringen handlar om att välja vilka par av städer som ska förbindas med kraftledningar så att man dels klarar att få fram tillräckligt med energi, dels håller ned kostnaden för ledningsbyggandet. Det finns redan matematiska modeller som kan användas för att beräkna kostnaden och hur mycket energi man får fram i ett givet nätverk.

Beskriv för detta problem:

- a) Vilken representation använder du i *kromosomerna*?

En bitsträng där varje bit motsvarar ett par städer som kan vara sammanbundna eller ej

- b) Vad använder du för *fitness*-funktion?

En lämplig kombination av de två modellerna för kostnad och energiframkomligheten. Det kan vara lämpligt att använda energiframkomligheten binärt: om energin räcker används kostnaden (negerad) som fitness, annars sätts fitness till ett stort negativt värde.

- c) Vad finns i din *population* och hur stor är den?

Populationen innehåller de lösningsförslag, i form av kromosomer, man parallellt behandlar. Ett hundratal kan vara lämpligt.

- d) Är det någon idé att använda *korsningar* (crossover)? Motivera!

Ja, korsningar är i högsta grad användbara här. En lyckad dellösning för en del av nätet kan då kombineras med en annan lyckad dellösning för en annan del av nätet.

10 VC-dimension

(4p)

Betrakta en begreppsinnläringssituation där datapunkterna består av punkter på enhetscirkeln. Hypoteserna beskrivs av sektorer, d.v.s. de beskriver begrepp bestående av de punkter som ligger mellan två vinklar.

a) Hur stor är hypotesmängden?

Oändlig. Eftersom vinklarna är reella tal finns det oändligt många tänkbara hypoteser.

b) Hur stor är VC-dimensionen?

Frågan gäller hur många punkter på en enhetscirkel som kan splittras. Till skillnad från intervall på reella talaxeln är det här möjligt att splittra tre punkter. Fyra är dock omöjligt eftersom en sektor inte kan välja ut varannan punkt. VC-dimensionen är alltså 3.

Enbart rätt svar ger ingen poäng. Du måste motivera ditt svar!