

Laboration 2

Introduktion

Efter den här laborationen ska du kunna skriva lite större program som är uppdelade i egendefinerade funktioner. Du ska kunna beräkna rötter till en skalära ekvation med lämplig metod och kunna resonera kring metodens funktionalitet och konvergenssegenskaper.

1. Rotfinnaren - Program

Du ska skriva ett program som användas för att hitta rötterna till den skalära ekvationen

$$y(x) = x - 4 \sin(2x) - 3 = 0.$$

Noggrannheten skall vara minst tio korrekta siffror.

Användaren ska via en meny kunna ange om ekvationen ska plottas, vilka ungefärliga rötter som finns, om den ska lösas med Newton-Raphson metod eller fixpunktsmetoden. Lägg gärna till andra metoder t.ex. sekantmetoden.

Här visas en programkörning:

```
----- Rotfinnaren -----
```

```
1) Plotta funktionen
2) Ange ungefärliga rötter
3) Beräkna rötter m.hj.a. Newton-Raphson
4) Beräkna rötter m.hj.a. fixpunktsmetoden
0) Avsluta
Ditt val: 1
Ange minsta x-värdet: -1
Ange största x-värdet: -0.5
```

```
----- Rotfinnaren -----
```

```
1) Plotta funktionen
2) Ange ungefärliga rötter
3) Beräkna rötter m.hj.a. Newton-Raphson
4) Beräkna rötter m.hj.a. fixpunktsmetoden
0) Avsluta
Ditt val: 2
Ange en ungefärlig rot (retur avslutar inmatningen): -1
Ange en ungefärlig rot (retur avslutar inmatningen): -0.5
Ange en ungefärlig rot (retur avslutar inmatningen):
```

```
----- Rotfinnaren -----
```

```
1) Plotta funktionen
2) Ange ungefärliga rötter
3) Beräkna rötter m.hj.a. Newton-Raphson
4) Beräkna rötter m.hj.a. fixpunktsmetoden
0) Avsluta
Ditt val: 3
```

Med Newton-Raphsons metod erhålls följande konvergenstabell

iter	x	f	K
1.0000000000000000	-1.0000000000000000	-0.362810292697273	-0.083805879521590
2.0000000000000000	-0.916194120478410	-0.052276105966149	-2.425294992084299
3.0000000000000000	-0.899160241925711	-0.002248854790229	-2.763594468078629

Roten är beräknad till:

x =

-0.898358376648756

Med Newton-Raphsons metod erhålls följande konvergenstabell

iter	x	f	K
1.0000000000000000	-0.5000000000000000	-0.134116060768414	0.040366998591562
2.0000000000000000	-0.540366998591562	-0.011152906722291	2.474969217054135

Roten är beräknad till:

x =

-0.544399947504765

----- Rotfinnaren -----

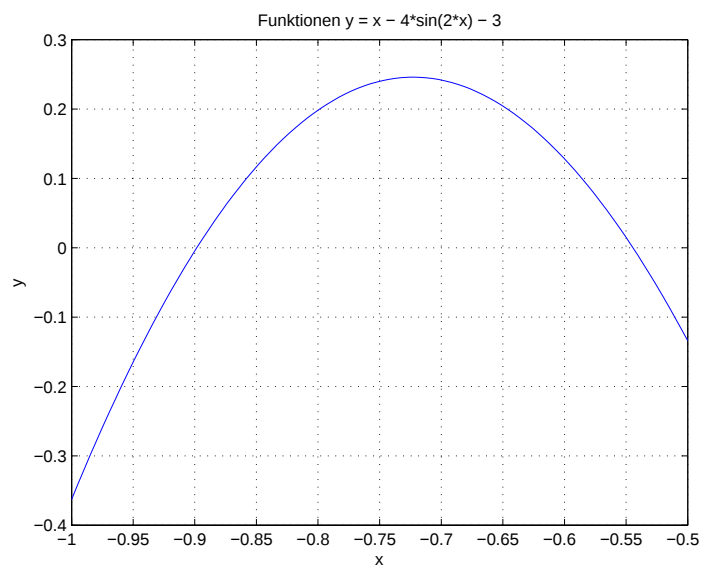
- 1) Plotta funktionen
- 2) Ange ungefärliga rötter
- 3) Beräkna rötter m.hj.a. Newton-Raphson
- 4) Beräkna rötter m.hj.a. fixpunktsmetoden
- 0) Avsluta

Ditt val: 0

Programmet avslutas. Välkommen åter!

OBS! I körningen ovan beräknas inte resultatet med önskad noggrannhet!

Grafen för exemplet ovan blir:



Du ska själv skriva en funktion för varje menyval utom “Avsluta”. Så här ska de anropas från huvudprogrammet:

<code>plotFunk();</code>	–	Frågar användaren i vilket intervall funktionen $y(x)$ ska beräknas. Beräkning och plottning av $y(x)$ utförs.
<code>roots = askRoots();</code>	–	Frågar efter, läser in och returnerar ungefärliga värden på rötterna. Dessa värden används som startvärden till de metoder som beräknar rötterna mer noggrant.
<code>newtonRaphson(roots);</code>	–	Beräknar rot/rötterna till $y(x)$ med de givna startvärdena i <code>roots</code> med NR-metod. En konvergenstabell skrivs ut och slutligen den beräknade roten.
<code>fixpunkt(roots);</code>	–	Beräknar rot/rötterna till $y(x)$ med de givna startvärdena i <code>roots</code> med fixpunktsmetoden. En konvergenstabell skrivs ut och slutligen den beräknade roten.

Det kan vara bra att använda sig av några hjälpfunktioner (som anropas av funktion ovan):

<code>y = funk(x);</code>	–	Beräknar $y(x)$ och returnerar detta.
<code>yP = funkPrim(x);</code>	–	Beräknar $y'(x)$ och returnerar detta.
<code>Gx = funkFix(x);</code>	–	Beräknar $G(x)$ och returnerar detta.
		$G(x)$ är fixpunktsmetodens funktion.
		$G(x_n) = -\sin(2x_n) + \frac{5}{4}x_n - \frac{3}{4}$

Utöver funktionerna ovan är det vettigt att skriva en funktion som bara skriver ut menyn. Skriver du programmet på det sättet blir koden i huvudprogrammet mer överskådlig. Då du anropar menyfunktionen i huvudprogrammet kan det se ut så här:

```
meny();
choice = input('Ditt val: ');
```

Innan en metod för att beräkna roten/rötterna kan anropas måste ungefärlig rot/rötter angetts (med hjälp av `askRoots`)

Tips, trix och krav:

- Förslag på arbetsordning:
 1. Börja med att konstruera tomma funktioner.
 2. Konstruera menyn och anropa för respektive val de tomma funktionerna. Inget ska hända när användaren väljer något.
 3. Gör färdigt funktionerna i tur och ordning.
 4. När du är färdig med de två första funktionerna är det skönt att temporärt lägga in värden på ungefärlig rot direkt i koden, så du slipper skriva in det varje gång du ska prova resten av funktionerna. Kom ihåg att ändra tillbaka sedan!
 5. När funktionen `newtonRaphson` skrivs börja med att den bara tar **en** rot som indata till funktionen. Använd en variabel som håller reda på antalet iterationer. Låt gärna slingan ha ett avbrottsvillkor om antalet iterationer är för högt. Glöm inte att se över den då programmet är klart! Provkör gärna funktionen genom att anropa den från kommandofönstret. Då det fungerar bra med ett skalärt värde utökas koden så att en vektor kan skickas som indata. Testa återigen funktionen nu även med huvudprogrammet.
 6. Funktionen `fixpunkt` kan göras efter samma arbetsgång som `newtonRaphson`.
- Grafen:
 - Använd `plot` för att rita funktionen $y(x)$. Programmet ska rita ut funktionen över det intervall som användaren anger. Använd hjälpfunktionen `funk` för att beräkna $y(x)$.

- Som avbrottsvillkor vid inmatning av rötter kan du använda att det inmatade har en längd som är skild från ett.
- Naturligtvis gäller att beskrivande variabel- och funktionsnamn väljs, strukturen är tydlig och att koden kommenteras för att öka läsligheten.
- Du får inte använda några globala variabler!

2. Rotfinnaren - Numme

För att lösa nedanstående uppgifter används programmet **Rotfinnaren** med fördel.

a) Rita grafen för $y(x) = x - 4 \sin(2x) - 3$. Samtliga nollställen till $y(x)$ skall vara med. Hur många rötter finns det?

b) Undersök empiriskt och teoretiskt vilka av rötterna som kan bestämmas med följande två metoder:

- (1) Fixpunktsiterationen $x_{n+1} = -\sin(2x_n) + \frac{5}{4}x_n - \frac{3}{4}$,
- (2) Newtons metod.

Önskad noggrannhet är 10 korrekta siffror.

c) För Newton-Raphsons- och fixpunktsmetoden och för **minst två konvergerande** rötter ska tabeller skrivas ut som visar hur iteraten konvergerar mot rötterna.

Ur tabellerna ska man bl.a. kunna avläsa följande storheter

- (1) Konvergenshastigheten (linjär eller kvadratisk)
- (2) Antalet iterationer som krävs för att få rötterna med minst tio siffrors noggrannhet

Lycka till!

Idag den har

med personnummer

godkänts av