

Laboration 3

Introduktion

Efter den här laborationen skall du känna igen problemtyperna linjära och icke-linjära ekvationer, överbestämda linjära ekvationer och minst ett sätt att lösa varje problemtyp samt att kunna uppskatta lösningsnoggrannheten. Du skall också lära dig att interpolera och lösa icke-linjära ekvationssystem

1. Linjär algebra: robotarm

Figuren visar en robotarm med två länkar. Ledvinklarna ges av θ_1 och θ_2 . Koordinaterna för robothanden blir

$$x = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos (\theta_1 + \theta_2)$$

$$y = L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin [\theta_1 + \theta_2]$$

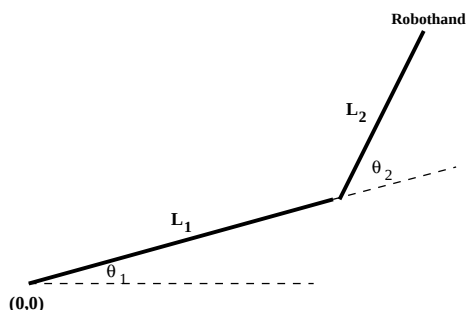
där L_1 och L_2 är länklängderna.

Vinklarna θ_1 och θ_2 som bestämmer robothandens rörelse kontrolleras tidsmässigt av följande polynomuttryck:

$$\theta_1(t) = \theta_1(0) + a_1 t^3 + a_2 t^4$$

$$\theta_2(t) = \theta_2(0) + b_1 t^3 + b_2 t^4$$

där $\theta_1(0)$ och $\theta_2(0)$ är startvärdena för vinklarna vid tiden $t = 0$. Vinklarna anges i enheten grader och tiden i sekunder.



a Ställ upp ett linjärt ekvationssystem för bestämning av parametrarna a_1 , a_2 , b_1 och b_2 , givet startvärdena $\theta_1(0) = 10$, $\theta_2(0) = 20$ samt vinklarnas värden då $t = 3$: $\theta_1(3) = 50.5$, $\theta_2(3) = -28.6$ och då $t = 4$: $\theta_1(4) = 131.6$, $\theta_2(4) = -140.0$. Lös ekvationssystemet i MATLAB.

b Använd dina resultat i a) för att plotta robothandens svep när tiden t går från 0 till 6 sekunder, med värdena $L_1 = 4$ m och $L_2 = 3$ m. Markera punkterna med asterisk *. Tänk igenom och förklara plottens utseende!

Idag den har

med personnummer

godkänts av

2. Interpolation och minstakvadratanpassning

Givet är följande tabell över termisk konduktivitet som funktion av temperaturen för elementet järn

Temperatur, T , (K):	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Kond., k , (W/cmK):	1.32	0.94	0.835	0.803	0.694	0.613	0.547	0.487	0.433	0.38

Vilken av nedanstående anpassningar anser du vara den bästa för detta problem? Motivera ditt val! Diskutera gärna med andra grupper!

a) Utnyttja de fyra värdena vid temperaturen 100, 400, 700 och 1000 och interpolera genom dem med ett tredjegradspolynom. Rita de fyra givna punkterna och polynomkurvan med fin diskretisering (100:20:1000).

Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 300K$? Jämför med det uppmätta värdet. Beräkna felkvadratsumman.

Varför använder vi inte alla punkterna och interpolerar med ett niondegradspolynom ?

b) Anpassa ett andragradspolynom i minstakvadratmening till givna data. Plotta på samma sätt som ovan och ange konduktiviteten för temperaturen $T = 300K$ enligt denna modell. Jämför med det uppmätta värdet. Beräkna även felkvadratsumman.

c) Gör om samma beräkningar som i **b)** för ett tredjegradsplonym. Är anpassningen bättre än i **b)**?

d) Hur ser ekvationssystemen ut för de 3 problemen ovan?

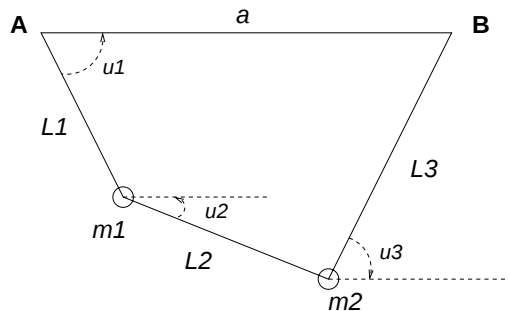
e) Vad menas med normalekvationer? Ge ett exempel från en av ovanstående delfrågor!

Idag den har

med personnummer

godkänts av

3. Ett icke-linjärt ekvationssystem: Vikter på en lina



Två kulor är fästade på ett snöre som hänger mellan två punkter, A och B. Linjen AB mellan punkterna är horisontell och avståndet mellan punkterna är a . Kulornas massa är m_1 resp m_2 . Kulorna delar upp snöret i tre delar med längderna L_1 , L_2 och L_3 . Uppgiften är att räkna ut vilka vinklar de tre snörena bildar med horisontalplanet samt att rita upp snörets form i en graf. Beteckna de tre sökta vinklarna u_1 , u_2 och u_3 . De uppfyller villkoret $\pi/2 > u_1 \geq u_2 \geq u_3 > -\pi/2$ (se figuren). Observera att vridning i motsols riktning ger en positiv vinkel. Rent geometriskt gäller de två sambanden:

$$L_1 \cos u_1 + L_2 \cos u_2 + L_3 \cos u_3 = a, \quad L_1 \sin u_1 + L_2 \sin u_2 + L_3 \sin u_3 = 0$$

Dessutom gäller vid jämvikt följande samband:

$$m_2 \tan u_1 - (m_1 + m_2) \tan u_2 + m_1 \tan u_3 = 0$$

De tre sambanden utgör tillsammans ett *icke-linjärt ekvationssystem* för de tre vinklarna u_1 , u_2 och u_3 . Lös detta ekvationssystem med Newtons metod för följande värden på parametrarna $a = 2$, $L_1 = 1$, $L_2 = 1$, $L_3 = 1$, $m_1 = 1$ samt $m_2 = 3$

Rita in snörets form i en graf. Körning av programmet ska visa vilka startgissningar du valt för de sökta vinklarna samt en tabell som visar hur iterationerna konvergerar mot lösningen. Slutligen ska vinklarnas värde skrivas ut i grader.

Lycka till!

Idag den har

med personnummer

godkänts av