

Projekt

1 Redovisning och rapport

I detta projekt ska du tillämpa de metoder som du lärt dig under kursens gång för att lösa ett differential ekvationsproblem. Välj en av de två uppgifterna.

Projektet görs med samma gruppindelning som laborationerna och redovisning sker dels genom en redovisning vid datorn och en skriftlig rapport.

Redovisning vid dator

Grunduppgiften redovisas vid datorn under ett av labbpassen på samma sätt som labbarna har redovisats. Lämna in grunduppgiftens skriftliga godkännande tillsammans med rapporten.

Rapporten

Den skriftliga rapporten ska vara lättbegriplig och sammanfatta problemet, metoder, resultat samt slutsatser och även belysa de svårigheter som övervunnits. Texten ska vara så utförlig och begriplig att läsaren enkelt ska kunna följa med i resonemangen och förstå hur de olika problemen har lösts. Med hjälp av rapporttexten ska läsaren få en god vägledning för att kunna lösa problemet med t.ex. annan programvara. Rapporttexten får INTE innehålla matlabkod eller jargong av programmeringsmässig karaktär, t.ex. "... loopen i vår funktion ...". Rapporttexten bör vara mellan sex och tio A4-sidor och illustrerad med formler, figurer och grafer med etiketter och enhet på axlarna samt en lämplig rubrik. Resultaten av alla deluppgifter ska finnas med, redigerade så att de passar in i rapporttexten. Matlabkod läggs med i slutet av rapporten som bilaga.

Lämna in grunduppgiftens godkännande tillsammans med rapporten.

Den skriftliga rapporten ska vara inlämnad till studentexp. SENAST den 15 december 2008.

2 Varpa

I varpaspel kastar man en flat sten och det gäller att komma så nära en målsticka som möjligt. Målstickan är nedsatt i marken tjugo meter bort. Kaströrelsen beskrivs av differentialekvationerna

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= -k_x \frac{dx}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -9.81 - k_y \left| \frac{dy}{dt} \right| \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\end{aligned}$$

där varpastenens luftmotståndskonstant i x - resp y -led är $k_x = 0.020$, $k_y = 0.065$. Stenen kastas med hastigheten v m/s från h meters höjd.

Varpans nedslagspunkt beror av kastvinkeln α . Ett kast simuleras genom att man anger en kastvinkel och löser differentialekvationerna.

Grunduppgift

Beräkna var någonstans varpan slår ned när den kastas med hastigheten 19 m/s och höjden 1.50 m för kastvinklarna 20 respektive 50 grader. Rita ut kastbanan för respektive vinkel.

Tävling inomhus

Två personer vill tävla mot varandra i varpa. De får 3 kast var och kastar varannan gång. Vem vinner?

Skriv ett program för en sådan tävling. När tävlingen är över skrivs en tabell ut med de tävlandes namn överst och två kolumner med respektives resultat. Slutligen skrivs vinnaren ut samt det vinnande kastets längd och avstånd från pinnen.

Den tävlande kan bara påverka sin egen kastvinkel. Övrig data är samma som i grunduppgiften. Visa en programkörning och resultaten från en tävling.

Tävling utomhus

Tävlingen går till på samma sätt som inomhus men nu påverkar vinden kasten.

Låt luftmotståndskonstanten i x -led vara $k_x = 0.02 * (1 - factor)$ där $-0.25 \geq factor \geq 0.25$. $factor$ är ett tal som slumpas fram med Matlabs funktion `rand`.

Träning

För att bli duktig i varpa krävs idogt tränande. Träningen (för en person) pågår ända tills varpan landar högst 1cm från stickan. Vilken är då kastvinkeln α om varpan kastas med hastigheten 19 m/s och höjden är 1.5 m? Hur många kast behövs? Tänk på att två lösningar finns till varpaproblemet, en hög och en låg bana.

Diskutera (med hjälp av numeriska experiment) hur de numeriska metoderna och andra eventuella osäkerheter påverkar tillförlitligheten i vinkelresultatet.

Grunduppgiften är gjord av:.....

och är godkänd av

3 Metallrör

Genom ett tjockväggigt cylindriskt metallrör strömmar en het vätska med en konstant temperatur, T . Cylinderväggen har innerradien 1.0 cm och ytterradien 2.0 cm. Temperaturfördelningen $u(r)$ i metallen bestäms av differentialekvationen

$$r \frac{d^2 u}{dr^2} + f(r) \frac{du}{dr} = 0$$

där $u = T$ vid $r = 1$ (längdenhet cm).

Vid $r = 2$ är temperaturgradienten du/dr proportionell mot temperaturdifferensen, dvs där gäller $du/dr = -K(u - 20)$. Omgivande temperatur är 20 grader C.

K är en materialkonstant, det så kallade värmeöverföringstalet mellan metall och luft. $f(r)$ beskriver materialets homogena/inhomogena karaktär.

Grunduppgift

Beräkna temperaturfördelningen för ett homogent material då $T = 450$ grader C och $K = 1$. För homogena material är $f(r) = 1$.

Gör enligt finitadifferensmetoden en diskretisering av intervallet $1 \leq r \leq 2$ indelat i N delintervall. Visa hur randvärdesproblemet kan approximeras av ett matrisproblem. Lös detta först för $N = 25$, fortsätt med successiva fördubblingar av N tills önskad precision erhålls i temperaturvärdet vid cylinderns ytterradie. Det erhållna värdet på N gäller i alla kommande beräkningar! Temperaturvärdet vid cylinderns ytterradie ska anges med fyra korrekta siffror. Rita upp temperaturfördelningen i metallen.

Varmare vätska

Undersök vad som händer med temperaturfördelningen då vätskans temperatur höjs till 480 grader C. Övrig data är samma som i grunduppgiften. Vad blir temperaturen vid cylinderns ytterradie? Rita upp temperaturfördelningen i metallen.

Varmast möjliga vätska

Man vill att vätskan i röret ska hålla så hög temperatur som möjligt men att temperaturen vid cylinderns ytterradie inte får överstiga 250 grader C. Hur hög temperatur får vätskan ha? Övrig data är samma som i grunduppgiften.

Inhomogent material

Det visar sig att det tjockväggiga röret är tillverkat av ett inhomogent material. Värmediffusiviteten i röret har ett radiellt beroende där $f(r) = 3r(1 + r^2)/(-3 + r - r^2)$. Övrig data är samma som i grunduppgiften. Lös samma uppgifter som i grunduppgiften.

Grunduppgiften är gjord av:.....

och är godkänd av