

DN1212, Fiktiv tentamen i Numeriska metoder

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgränser inkl bonuspoäng: 14p E, 17p D.

- (2p) 1. Om relativa felet i ett närmevärde är cirka en procent, vad vet man då om ...
 ... antalet korrekta siffror? ... antalet korrekta decimaler?

☐

Cirka två.

☐

Cirka två.

☐

Cirka tre.

☐

Cirka tre.

☐

Man vet ingenting.

☐

Man vet ingenting.

- (2p) 2. Minstakvadratanpassning görs av en parabel till givna mätdata y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 vid x -värdena x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Hur många okända parametrar ska bestämmas?

Vilket uttryck är det som minimeras?

☐

Tre.

☐ $\sum(a + b(y_i - x_i) + c(y_i - x_i)^2)$ ☐

Fem.

☐ $\sum(a + bx_i + cx_i^2)$ ☐

Tio.

☐ $\sum(a + bx_i + cx_i^2 - y_i)^2$

- (2p) 3. Matriser

Vad kallas matristypen?

I vilken av nedanstående situationer kan en sådan matris uppstå:

$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & e \\ 0 & f & g \end{pmatrix}$$

☐

Vid interpolation med ett 3:e-gradspolynom.

☐

tridiagonal.

☐Då ekvationen $f(x)$ har en trippelrot och löses med Newton-Raphsons metod.☐

triangulär.

☐

Då finita differensmetoden används för att lösa randvärdesproblem.

☐

diagonal.

- (2p) 4. En integral $I = \int_a^b f(x)dx$ kan approximeras med hjälp av trapetsregeln. Trunkeringsfelet för trapetsregeln är $E_{trunk} = c_1 h^{p_1} + c_2 h^{p_2} + c_3 h^{p_3} + \dots$

Hur lyder trapetsregeln?

Vilket värde i E_{trunk} anger noggrannhetsordningen för trapetsregeln?☐ $T(h) = h * ((f(a) + f(b))/2 + \sum_{i=1}^{n-1} f_i)$ ☐Maxvärdet av $c_1, c_2, \dots$ ☐ $\hat{T}(h) = T(h) + (T(h) - T(2h))/3$ ☐Maxvärdet av $p_1, p_2, \dots$ ☐ $T_{n+1} = T_n + h * (T_n - T_{n-1})/3$ ☐Minvärdet av $p_1, p_2, \dots$

- (2p) 5. Newton-Raphsons metod för ekvationslösning har ju kvadratisk konvergens. Hur förändras då i princip för varje iteration ...

... felet?

☐

Halveras.

☐

Tiondelas.

☐

Kvadreras.

... antalet korrekta siffror?

☐

Fördubblas.

☐

Ökar med en.

☐

Kvadreras.

- (3p) 6. Sekantmetoden används för att lösa en ekvation $f(x) = 0$. Med startgissningarna $x_0 = 2$ och $x_1 = 3$ blir funktionsvärdena $y_0 = 0.3$ och $y_1 = -0.1$. Vad blir nästa gissning x_2 ?

☐

2.25

☐

2.50

☐

2.75

☐

3.20

☐

3.25

☐

3.30

- (3p) 7. Stålmannens datorhjärna löser ett linjärt ekvationssystem med tio ekvationer och tio obekanta på en sekund. Hur lång tid tar det att lösa ett system med hundra ekvationer och hundra obekanta om systemet ...

... är tridiagonalt?

☐

10 s

☐

100 s

☐

1000 s

... är fyllt (utan nollor)?

☐

10 s

☐

100 s

☐

1000 s

- (4p) 8. Så snart Clark Kent har hittat en telefonkiosk kan han utföra omklädningen till Stålmannen på mycket kort tid. Ett alltför snabbt klädbyte sliter naturligtvis på hans kostym och följande tabell anger efter hur många gånger, n , den är utsliten beroende av omklädningstiden t (i sekunder).

t	4	8	12
n	17	57	121

Clark vill gärna veta hur många gånger kostymen håller om omklädningen sker på nolltid. Lägg ett andragradspolynom genom punkterna och beräkna dess värde för $t = 0$. Använd Newtons ansats för polynomet så att räkningarna blir enkla.

☐

0.

☐

1.

☐

2.

☐

3.

☐

4.

☐

5.

