

SF1663 T1 HT2012
 NA
 20 augusti 2012

Laboration 2

Ekvationslösning och kurvanpassning

Efter den här laborationen skall du känna igen problemtyperna linjära och olinjära ekvationer, överbestämda linjära ekvationer och minst ett sätt att lösa varje problemtyp samt att kunna uppskatta lösningsnoggrannheten. Du skall också lära dig olika sätt att interpolera.

1. Olinjär skalär ekvation

Läsanvisning: GNM kap 3.

Man vill bestämma samtliga rötter till följande skalära ekvation,

$$7x - 20 \cos(3x) - 5 = 0.$$

Noggrannheten skall vara minst tio korrekta siffror.

- a) Ange ett intervall inom vilket ekvationens samtliga rötter ligger.
- b) Rita grafen för $y(x) = 7x - 20 \cos(3x) - 5$ (med MATLAB). Samtliga nollställen till $y(x)$ skall vara med. Hur många rötter finns det?
- c) Genomför, med papper och penna (och miniräknare), två iterationer med Newton-Raphsons metod och startvärdet $x_0 = 1.5$.
- d) Visa att ekvationen kan skrivas om till fixpunktsiterationen $x_{n+1} = \frac{47}{40}x_n - \frac{1}{2} \cos(3x_n) - \frac{1}{8}$. Genomför, med papper och penna (och miniräknare), två iterationer med startvärdet $x_0 = 1.5$.
- e) Undersök empiriskt(dvs praktiskt) och teoretiskt vilka av ekvationens samtliga rötter som kan bestämmas med följande två metoder:
 - (1) Fixpunktsiterationen (med formel enligt **d** ovan)
 - (2) Newtons metod.
- f) För bägge metoderna och för minst två konvergerande rötter skriv ut tabeller som visar hur iteraten konvergerar mot rötterna. Utöka därefter tabellerna så att följande storheter kan avläsas:
 - (1) Konvergenshastigheten (linjär eller kvadratisk)
 - (2) Antalet iterationer som krävs för att få rötterna med minst tio siffrors noggrannhet.

2. Minstakvadratmetoden och interpolation - med papper och penna

Läsanvisning: GNM kap 4.1A,D,E.

Vid följande tider, $t = 0, 1, 3$ har mätningar givit $y = 2, 4, 6$

Anpassa med minstakvadratmetoden en rät linje, $F(t_i) = c_1 + c_2 t_i$, till givna data.

- a) Ställ upp normalekvationerna för problemet och bestäm c_1 och c_2 . Beräkna även residualen.
- b) Interpolera ett andragradspolynom genom punkterna och ställ upp det linjära ekvationssystem som ger polynomets koefficienter. Vad blir residualen i detta fall? (Residualen kan inses utan räkningar!)

c) **Frivillig:** Visa att man också kan bestämma c_1 och c_2 genom att minimera normen av residualen. (Utnyttjar flervariabel-kunskaper!)

3. Interpolation och minstakvadratanpassning - med dator

Vid följande tider, $t = 0, 1, 3$ har mätningar givit $y = 2, 4, 6$ (dvs samma som i föregående uppgift).

a) Anpassa med minstakvadratmetoden en rät linje, $F(t_i) = c_1 + c_2 t_i$, till givna data genom att i Matlab skapa en matris A , ett högerled b och lösa med “backslash”. Beräkna linjens värde för $t = 2$ mha uttrycket för räta linjen. Gör en plot med både mätpunkter (med ringar) och linjen (heldragen).

b) Anpassa med minstakvadratmetoden en rät linje, $F(t_i) = c_1 + c_2 t_i$, till givna data genom att använda Matlabs *polyfit*. Beräkna linjens värde för $t = 2$ mha Matlabs *polyval*. Gör en plot med både mätpunkter (med ringar) och linjen (heldragen).

4. Interpolation och minstakvadratanpassning - med dator

Givet är följande tabell över termisk konduktivitet som funktion av temperaturen för en järnstång

Temperatur, T , (K):	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Kond., k , (W/cmK):	1.376	1.099	0.825	0.792	0.683	0.645	0.556	0.490	0.434	0.370

a) Utnyttja de fyra värdena vid temperaturen 100, 400, 700 och 1000 och interpolera genom dem med ett tredjegrads-polynom. Rita polynomkurvan med fin diskretisering (tex 100:5:1000). Markera alla tio mätpunkterna men markera de fyra utvalda punkterna speciellt.

Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 500K$ enligt det beräknade tredjegrads-polynomet? Jämför med det uppmätta värdet.

Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 140K$ enligt det beräknade tredjegrads-polynomet?

Beräkna också tredjegrads-polynomet's felkvadratsumma, dvs summera kvadraten på felet i de tio mätpunkterna.

b) Använd alla tio punkterna och lägg ett interpolerande polynom. Vilken grad bör ansättas? Markera alla mätpunkterna och rita polynomkurvan med fin diskretisering. Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 500K$? Jämför med det uppmätta värdet.

Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 140K$ enligt det beräknade polynomet?

Beräkna också niondeggrads-polynomet's felkvadratsumma (summerat för alla tio punkterna).

c) Anpassa ett andragrads-polynom i minstakvadratmening till givna data. Plotta på samma sätt som ovan och ange konduktiviteten för temperaturen $T = 500K$ enligt denna modell. Jämför med det uppmätta värdet. Hur stor är konduktiviteten, k när temperaturen $T = 140K$ enligt det beräknade polynomet? Beräkna även felkvadratsumman (summerat för alla tio punkterna).

d) Gör om samma beräkningar som i c) för ett tredjegrads-polynom. Är anpassningen bättre än i c) ?

e) Vilken kurvanpassning a-d skulle du välja? Varför? Gäller det för alla punkter i intervallet?

Tips: Använd subplot och gör alla fyra plottarna i ett figurfönster.

f) **Frivillig:** Om du fick välja ett annat/eget gradtal för minstakvadrat-anpassningen, vilket skulle du välja då?

/---NC---/