SF1664 HT2012
NADA
26 september 2012

Laboration 3 - del 1 för T1

Funktioner och felskattning

Efter den här laborationen ska du kunna skriva egna matlabfunktioner, kunna avgöra vad som ska vara in- respektive utdata i funktioner, läsa in data från (viss typ av) fil samt undersöka hur fel i indata kan fortplantas.
Läsanvisning: kap 2.7, 5 i *PEng*

1. Funktions-motion

Skapa en funktion för $f(x) = exp(x) - x^3$, kalla den *funk1*. Skapa sedan flera (minst 2) egna funktioner med namn och utseenden som du väljer själv. De skall alla vara funktioner av en variabel och ligga på separata filer med lämpliga namn.

Du skall nu skriva ett program som skall kunna tabellera, plotta och integrera funktioner.
Det skall först fråga efter namnet på funktionen. (Programmet får inte i förväg veta funktionernas namn. Programmet skall också fungera för Matlabs inbyggda funktioner, som tex `sin` och `log`.) Sedan skall programmet upprepat för denna funktion erbjuda tabellering, uppritning, integration och/eller nollställesökning med hjälp av en meny. Man kan sedan byta funktion och fortsätta med den nya funktionen på samma sätt. Programmet skall fortsätta tills man väljer att avsluta.

Dialogen kan se ut enligt nedan

```
Vad heter funktionen?  funk1

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Finn nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val:  1

Tabellering:
Vilket är undre gräns?   1
Vilket är övre gräns?    3
Vilket steg?  0.5

     x       f(x)
  1.0000    1.7183
  1.5000    1.1067
  2.0000   -0.6109
  2.5000   -3.4425
  3.0000   -6.9145


Meny:
```

```
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Finn nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 4

Finna nollställe:
Ange ett startvärde: 2

Ett nollställe är

x =
    1.8572

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Finn nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 5

Välja ny funktion:
Vad heter den nya funktionen?  sin

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Finn nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
Ditt val: 4

Finna nollställe:
Ange ett startvärde: 6.3

Ett nollställe är

x =
    6.2832

Meny:
1. Tabellera
2. Rita graf
3. Integrera
4. Finn nollställe
5. Byta funktion
6. Avsluta programmet
```

```
Ditt val: 6

Tack och hej!
```

Provkör ditt program med flera olika funktioner.

(Ledning: Du måste alltså läsa in *namnet* på funktionen. För att sedan anropa funktionen rekommenderas tex Matlab-funktionerna `feval` eller `str2func`.)

2. Varmast

På filen *hosttemp.m* finns mätdata som visar temperaturen vid ett antal olika tillfällen under ett höstdygn.

a) Skriv ett program som läser in data från filen och sedan skattar dygnets högsta temperatur med en lämpligt vald metod. (Anpassa en lämplig kurva till mätdata och beräkna kurvans högsta värde.) Vid redovisningen får du motivera varför ni valt den metod ni valt. (Här finns många rimliga val och överväganden att göra!). Inläsning av rådata sker här lättast genom att köra data-filen. Den är en m-fil! Låt programmets redovisning av resultatet också innehålla en beskrivande plot.

Denna uppgift kan lösas på många olika sätt! Förklara vid redovisningen varför du valt just den metod du valt!

b) Om de givna temperaturerna antas ha avrundats till två decimaler, hur stor inverkan kan detta ha på din beräknade maxtemperatur? (alltså: beräkna hur stort tabellfelet är i din beräknade maxtemperatur).

3. Flygplan

Ett pappersflygplan som släpps från översta våningen i Singsing singlar ner mot golvet i en spiral. Planets koordinater (x,y,z) kan beskrivas som en parametriserad kurva med

$$x(t) = 1 + 0.5\cos(6t) \quad y(t) = 2 + 0.5\sin(6t) \quad z(t) = 15 - 5t$$

Hela färden tar tre sekunder.

a) Skriv ett Matlabprogram som visar planets spår"(track") efter hela färden. Lägg till en grön ring i startpunkten, en svart ring i slutpunkten (den landar efter 3 sekunder) och en röd stjärna vid t=0.6 sekunder.

b) Frivilligt: lägg till satser som visar färden som en animerad film.

c) Frivilligt: lägg till satser som visar banans tangent vid t=0.8.

4. Beräkna följande integral

$$I = \int_{-3}^{5} \sqrt{x+8}\, dx$$

(a) analytiskt.

Lös sedan integralen numeriskt med papper och penna och miniräknare med

(b) trapetsregeln och steglängderna $h = 8$, $h = 4$ och $h = 2$

(c) gör richardson-extrapolation på de tre trapetsregelvärdena ovan.

(d) Välj ett bra numeriskt skattat värde på integralen med felgräns. (Utgå från dina beräkningar i uppgift b och c ovan.)

Lös sedan integralen numeriskt med datorn och

(e) trapetsregeln, (valfria steglängder, minst 5 st (fler ger en mer lättolkad plott!))

(f) trapetsregeln följd av upprepad richardson-extrapolation.

(g) Undersök hur trunkeringsfelet, E_h, beror av steglängden, h, genom att plotta felet som funktion av steglängen. Använd gärna MATLABs kommando `loglog` för plottarna.

Uppskatta metodernas noggrannhetsordning, p, med hjälp av dessa plottar. För en metods noggrannhetsordning gäller

$$|E_h| = |I - I_{approx}(h)| \leq \text{konstant} \cdot h^p$$

där $I_{approx}(h)$ är det numeriskt uträknade integralvärdet med först bara trapetsregeln och sedan trapetsregeln följt av richardson-extrapolationen. Stämmer detta med vad som gäller för felen enligt formlerna i kursboken?

(h) Hur skattar man en felgräns om man inte har tillgång till det analytiska värdet som referensvärde? (Beskrivning söks, inget datorprogram behövs!)

5. Vi vill skatta integralen

$$I = \int_0^{2\pi} e^{-(\frac{x-\pi}{0.02})^2} dx$$

med MATLAB-program. Integralen kan skattas analytiskt med minst tio decimaler med värdet $I_{ref} = 0.02\sqrt{\pi}$. Använd detta värde som referensvärde. Börja skatta integralen över hela intervallet med MATLABs `quadl`. Sätt toleransen till 10^{-8}. Stämmer det med refensvärdet?
Lös sedan integralen med trapetsregeln. Börja med att dela intervallet i 20 delar. Hur mycket och varför skiljer sig integralvärdet från referensvärdet ?
Halvera sedan steglängden i trapetsregeln tills dess att $|I_{ref} - I_{trap}| \leq 10^{-8}$. Hur många funktionsevalueringar har trapetsregeln gjort? Hur många funktionsevalueringar gjorde `quadl` ? Vilken av metoderna har använt flest funktionsevalueringar? Varför?

(Tips: Om du gör anropet

`[I_quadl,fnceval]=quadl('fun_name',a,b,tol)` när du använder `quadl` så innehåller variabeln `fnceval` antalet funktionsevalueringar `quadl` har använt vid beräkningen av resultatet. För trapetsregeln kan du titta på steglangden, i hur många punkter har integranden beräknats?)

6. Byt nu ut övre gränsen i föregående uppgift från 2π till 6.
a) Hur mycket ändras integralvärdet, dvs referensvärdet? Skatta ”för hand”, en övre gräns för hur mycket integralvärdet maximalt kan ha ändrats.
b) Beräkna sedan integralen numeriskt med båda metoderna (dvs `quadl` och trapetsregeln), med ett trunkeringfel på högst 10^{-8}. Hur många funktionsevalueringar behövdes med respektive metod? Vilken metod föredrar du? Varför?

(Tips: Se till att ditt program beräknar rätt integralvärde)

7.

(a) Beräkna följande integral numeriskt med minst åtta säkra siffror. Redovisa alla steg du gör för att få fram svaret och vilken noggrannhet ditt svar har.

$$I_a = \int_0^{25} \frac{5}{(x^2/18 + \sqrt{x + 2x^3})}\, dx$$

(b) För att kunna skatta integralen

$$I_b = \int_0^{\infty} \frac{5}{(x^2/18 + \sqrt{x + 2x^3})}\, dx$$

numeriskt kan man ersätta övre integrationsgränsen med ett ändligt tal, B. Beräkna/skatta en lämplig övre gräns, B, så att man kan skatta integralen $I_b = \int_0^\infty$ med integralen $I_B = \int_0^B$ med minst tio säkra siffror. Skatta därefter integralen I_B med minst tio säkra siffror. Redovisa alla steg du gör för att få fram svaret och hur du försäkrar dig om vilken noggrannhet ditt svar har.

8. Eftertanke

Läsanvisning: **Alla** avsnitt märkta "Summary of Good Programming Practice" i kapitel 2-5 i *PEng*
Dessa uppgifter skall göras med papper och penna!!

a) Har du följt bokens alla rekommendationer? Vilket är ditt favorit-tips? Finns det några tips du inte håller med om? Vilket då? Vill du lägga till något tips? Vad då?

b) Vilka funktioner har du i dina program? Vilka parametrar har dina funktioner? Skulle du nu vilja skriva dem på ett bättre sätt? Skulle du nu vilja ha fler funktioner?

c) Använd help-kommandot för att titta på inledningskommentarerna i dina funktioner. Räcker den informationen?

Hur många timmar ungefär har den här laborationen tagit?

En fråga på kursutvärderingen i slutet av kursen kommer att gälla tidsåtgång och laborationsomfång. Tänk redan nu igenom vad som är bra och vad som kan förbättras!

$/- - -\mathcal{NC} - - -/$