Övningsuppgift, 24/9-2012

Uppgift 1

I den här uppgiften ska du mäta hur lång tid det tar för Matlab att lösa ekvationssystem av olika storlek. För att göra detta, ladda ner och spar programmet `testaLU.m` på din hemkatalog.

Programmet skapar ett slumpmässigt linjärt ekvationssystem med n obekanta (ges av användaren) genom att skapa en $n \times n$-matris A och en $n \times 1$-vektor $\mathbf{b}$ med slumpelement. Systemet löses och tiden det tar att lösa systemet mäts med hjälp av kommandona `tic` och `toc`.

Dessutom löser programmet ett linjärt ekvationssystem med 5 olika högerled och jämför skillnaden i tid mellan att lösa de fem systemen (olika högerled) med Gausselimination och bakåtsubstitution (backslash-operatorn) och LU-faktorisering (samma faktorisering används för alla 5 högerleden).

Kör programmet genom att skriva » `testaLU` i Matlab.

a) Kör programmet för följande värden på $n = 400, 800, 1600, 3200, 6400$. För varje värde på n skriv ner och redovisa tiden, T, det tar att lösa ett linjärt ekvationssystem.

Tiden det tar för att lösa ett linjärt ekvationssystem med n obekanta ges av följande samband

$$T = Kn^p \tag{1}$$

där K är en konstant som beror bland annat på vilken dator man använder. Vi är framförallt intresserade av exponenten p.

b) Använd värdena på n och de uppmätta värdena på T i a) för att beräkna ett värde på p.

Tips: Genom att logaritmera bägge sidorna av ekvation (1) får man

$$ln(T) = ln(K) + pln(n) \tag{2}$$

Om $y = ln(T)$, $m = ln(K)$ och $x = ln(n)$ så kan vi skriva ekvation (2) på formen $y = px + m$ det vill säga en rät linje med lutningen p. Så om du ritar upp värdena (plottar i Matlab) på $ln(n)$ och $ln(T)$ i en graf så är lutningen på grafen det sökta värdet p. OBS. $ln(x)$ skrivs som »`log(x)` i Matlab.

c) Hur stor är tidsskillnaden mellan LU-faktorisering och Gausseliminering (backslash-operatorn) för fallet med 5 högerled ?

Uppgift 2

Ladda ner programmet `testaGLES.m` från kurshemsidan. Programmet räknar ut värmefördelningen i en platta som värms upp i mitten och som har temperaturen noll grader på kanterna. Lösningen är en approximation till en matematisk modell som beskriver hur värme sprider sig givet vissa förutsättningar. För att få fram den approximativa lösningen måste vi lösa ett linjärt ekvationssystem. Storleken på ekvationssystemet (antal obekanta, n) beror på hur noggrann lösning vi vill ha.

a) Kör programmet i Matlab. När du kör programmer kommer det att be dig ange ett värde på n. Kör programmet 5 gånger med följande värde på n: 400, 1600, 6400, 25600 och 102400. För varje värde på n läs av och registrera tiden, T, det tar att lösa systemet. Detta skrivs ut på skärmen.

b) Gör sedan som i uppgift 1 b). Vad blir värdet på p ?

c) Kör nu programmet igen med $n = 400$. När programmet är klart skriv `»spy(B)` i Matlab. Då kommer ni få upp en figur där alla noll-skilda element är ritade som punkter. Detta är en s k gles matris. För glesa matriser finns det specialalgoritmer som gör att man kan lösa systemet lite snabbare än om det vore ett fullt system.

Kör programmet `testaLU` med $n = 400$. Skriv `»figure` i Matlab för att få upp ett nytt figurfönster och sen `»spy(A)`. Ser ni någon skillnad mot matrisen B?