Hemtal 2, H2. Inlämning 19/9-2012

Uppgift 1

(Uppgift 32 a) och 40 a) från sektion 1.3)

a) Bestäm om följande linje $x = -2 - 4t$, $y = 3 - 2t$, $z = 1 + 2t$ är parallell med planet $2x + y - z = 5$.

b) Hitta skärningspunkten (om det finns någon) mellan linjen $x = t$, $y = t$, $z = t$ och planet $x + y - 2z = 0$.

Uppgift 2

En vektor $\mathbf{w}$ är en linjärkombination av vektorerna $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, och $\mathbf{v}_4$, om det existerar tal c_1, c_2, c_3, c_4 så att

$$\mathbf{w} = c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + c_3\mathbf{v}_3 + c_4\mathbf{v}_4.$$

I följande fall, ställ upp ekvationssystemet för bestämning av c_1, c_2,c_3, c_4. Avgör med hjälp av Matlab om systemet har någon lösning. Om en lösning finns så lös systemet.

a)

$$\mathbf{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix},$$

b)

$$\mathbf{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix},$$

c)

$$\mathbf{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix},$$

Uppgift 3

(Uppgift 44 i Sektion 2.2. i boken).
Bestäm de värden för a för vilka ekvationssystemet inte har någon lösning, exakt en lösning eller oändligt många lösningar.

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 2 \\ 2x - 2y + 3z &= 1 \\ x + 2y + (a^2-3)z &= a \end{aligned}$$

Uppgift 4

(Uppgift 12 i Sektion 3.3, något modifierad) Ta reda på om följande matriser är inverterbara, och i så fall, beräkna inversen (för hand).

$$a)\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad b)\ A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad c)\ A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

För uppgift d) - e), använd Matlab.

$$d)\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad e)\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Uppgift 5

(Från uppgift 30 i Sektion 3.2). Det är möjligt att ha nollskilda matriser A och C så att $AC = 0$. Visa att om A är inverterbar och $AC = 0$ så följer det dock att $C = 0$.

Uppgift 6

(Uppgift 30 i Sektion 3.3). Bestäm villkor för b_1, b_2, b_3, som garanterar att följande system är konsistent.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= b_1 \\ 4x_1 - 5x_2 + 8x_3 &= b_2 \\ -3x_1 + 3x_2 - 3x_3 &= b_3 \end{aligned}$$