KTH-CSC **Namn:** ....

Personnr: .... **Program, årskurs:**..................

DN12- 12, 14, 15, 40, 41,43 Tentamen i Numeriska metoder gk
Lördagen den 22 augusti 2009, kl. 9.00 - 12.00

DEL 1, 20p Inga hjälpmedel.
Betygsgränser inkl bonuspoäng: 14p E. OBS! För bonuspoäng ange termin och år!

(1p) **1.** A är en tridiagonal matris med dimensionen 20×20. För en sådan matris gäller att

- ☐ matrisens element under huvuddiagonalen är noll
- ☐ den inte kan inverteras
- ☐ $A = A^T$
- ☐ den är gles

(2p) **2.** Då man interpolerar mätpunkter med ett polynom av högre grad n kan man råka ut för Runges fenomen. Vad innebär det?

- ☐ kraftiga oscillationer hos interpolationspolynomet kan erhållas
- ☐ felkvadratsumman blir noll
- ☐ mätpunkterna ligger på en rät linje
- ☐ randvillkoren är ej uppfyllda

3.

x	0	1	2
y	2	0	-2

En linje anpassas med hjälp av minstakvadratmetoden till punkterna i tabellen via det överbestämda systemet $Ac \approx y$.

a) (1p) Vilken dimension har matrisen A?

- ☐ 2 rader, 3 kolumner
- ☐ 3 rader, 3 kolumner
- ☐ 3 rader, 2 kolumner
- ☐ 2 rader, 2 kolumner

b) (2p) Felkvadratsumman blir:

- ☐ $(0.25 \quad -0.25 \quad 0.5)$
- ☐ 2.25
- ☐ 0
- ☐ $(0.25 \quad 0.25 \quad 0.5)$
- ☐ 1
- ☐ 0.375

c) (1p) Hur många ekvationer har normalekvationerna i detta fall?

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5
- ☐ 6

Var god vänd!

4. Vid iteration för rotfinnande erhålls följande sekvenser av korrektionstermer (avrundade till 4 decimaler)

(2p)

0.1000	0.0800	0.0410	0.0055

Konvergensen sägs då vara

- ☐ divergent
- ☐ linjär
- ☐ kvadratisk
- ☐ oregelbunden
- ☐ kubisk
- ☐ inget av ovanstående alternativ beskriver konvergensen

5. Integralen $I = \int_0^1 f(x)dx$ där $f(x) = 10\frac{2x+3}{10x^2+5x+5} - 2$ ska approximeras med hjälp av trapetsregeln och två delintervall.

(2p) Då erhålls värdet

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3.25
- ☐ 2.125
- ☐ 1.5
- ☐ inget av ovanstående

6. (2p) **a.** Vad blir nästa iterationsvärde med Newton-Raphsons metod om ekvationen är $f(x) = 10\frac{2x+3}{10x^2+5x+5} - 2$ och startvärdet är 0?

- ☐ 0.5
- ☐ 1
- ☐ 1.25
- ☐ 1.5
- ☐ 1.75
- ☐ 2

(2p) **b.** Newton-Raphsons metod sägs ha kvadratisk konvergens. Det innebär att

- ☐ $f''(x_n) = {x_n}^2$
- ☐ Jacobianen är inverterbar
- ☐ felkvadratsumman minskar i varje iterationssteg med faktor 2
- ☐ $\frac{h_{n+1}}{h_n} \approx (10^{-n})^2$
- ☐ beräkningsfelet minskar i varje iterationssteg
- ☐ inget av ovanstående alternativ beskriver konvergensen

Var god vänd!

(2p) **7.** Den ordinära differetialekvationen $y' = 2x + y$ har lösts med Eulers metod och bland annat resulterat i att $y_3 = 2$ då $x_3 = 1$. Vad blir y_5 då $h = 0.5$ med Eulers metod?

- ☐ 6
- ☐ 7
- ☐ 6.25
- ☐ 7.25
- ☐ 6.5
- ☐ 7.5

(1p) **8.** Vilken noggrannhetsordning har Eulers metod?

- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ 2
- ☐ 4

(2p) **9.** Den ordinära differentialekvationen $\frac{d^2y}{dt^2} = 10y$ ska lösas i intervallet $0 \leq t \leq 5$. Vilket svarsalternativ är nödvändigt för att det ska vara ett lösbart begynnelsvärdesproblem?

- ☐ $y(0) = 1$ och $y'(5) = 1$
- ☐ $y(0) = 1$ och $y(5) = 1$
- ☐ Inget av ovanstående alternativ besvarar frågan
- ☐ $y'(0) = 1$ och $y(0) = 1$

Lycka till!