P1.

a) u1 = x, u2 = x', u3 = y, u4 = y'

$$u1' = u2, u1(0) = 0$$
$$u2' = -u4, u2(0) = 0$$
$$u3' = u4, u3(0) = 0$$
$$u4' = u2, u4(0) = V$$

b) (man bör pre-allokera u1 u2 u3 och u4)

```
V = 1; h = 0.01;
u1(1)=0;u2(1)=0;u3(1)=0;u4(1)=V;
k = 1;
while u3(k) >= 0
   u1(k+1)=u1(k)+h*u2(k);
   u2(k+1)=u2(k)-h*u4(k);
   u3(k+1)=u3(k)+h*u4(k);
   u4(k+1)=u4(k)+h*u2(k);
k = k+1;
end
plot(u1,u3); axis equal
```

c)

```
x = u1(k-1)+u3(k-1)/(u3(k-1)-u3(k))*(u1(k)-u1(k-1));
disp(['x-cut:',num2str(x)]);
```

P2.

a) $P(t) = a1 + a2\cdot(t\text{-}2005) + a3\cdot(t\text{-}2005)(t\text{-}2006) + a4\cdot(t\text{-}2005)(t\text{-}2006)(t\text{-}2008)$

$P(2005) = 200 = a1$, $P(2006) = 208 = 200 + a2\cdot 1$, $a2 = 8$

$P(2008) = 254 = 200 + 8\cdot 3 + a3\cdot 3\cdot 2$, $a3 = 5$

$P(2009) = 286 = 200 + 8\cdot 4 + 5\cdot 4\cdot 3 + a4\cdot 4\cdot 3\cdot 1$, $a4 = -1/2$

$P(2007) = 200 + 8\cdot 2 + 5\cdot 2\cdot 1 - 1/2\cdot 2\cdot 1\cdot(-1) = 227$

b) Om vikten för 2009 är m, så

$$m = 200 + 8\cdot 4 + 5\cdot 4\cdot 3 + a4\cdot 4\cdot 3\cdot 1,\ a4 = (m\text{-}292)/12$$

och

$$P(2007) = 200 + 8\cdot 2 + 5\cdot 2\cdot 1 + (m\text{-}292)/12\cdot 2\cdot 1\cdot(-1)$$

så $dP(2007)/dm = -1/6$. QED

P3.

a) Man ser en rät linje med en puckel på; dess topp vid $x = c_4$ synes vara vid ca 15.3 och lutningen c_1 på linjen genom origo är ungefär 40/19. Toppens höjd är lättare att bedöma om man ritar in linjen, och blir ca 5. Alltså: $c_1 = 40/19$, $c_2 = 5$, $c_4 = 15.3$.

b) Formler:

$$\ln(c_2 e^{c_3(x-c_4)^2}) = \ln c_2 + c_3 x^2 - 2c_3 c_4 x + c_3 c_4^2 = a_1 x^2 + a_2 x + a_3$$

$$c_3 = a_1, c_4 = -a_2/(2a_1), c2 = e^{a_3 - c_3 c_4^2}$$

(forts. på sid 2)

```
Matlab
x = …; y  …; c1 = …;
f = log(y-c1*x);
a = polyfit(x,f,2);
% eller
% a = [x.^2 x ones(size(x))]\f;
c3 = a(1);
c4 = -a(2)/(2*c3);
c2 = exp(a(3)-c3*c4^2);
plot(x,y,'o'); hold on;
xpl = linspace(min(x),max(x),200)';
ypl = c1*xpl + c2*exp(c3*(xpl-c4).^2);
plot(xpl,ypl);
```

P4

a) $f(0) = \int_3^6 \cos(1)dx - 0 \approx 3 \cdot 0.6 = 1.8$

b) $f(3) \le \int_3^6 1dx - 3 = 0$

c)

$$\frac{df}{dk} = \int_3^6 -\sin(1+kx^2)x^2 dx - 1;\ f'(0) = -\sin(1)/3(6^3 - 3^3) - 1 \approx -51.4$$

$$k_1 = 0 - \frac{1.8}{-51.4} \approx 0.035$$

d) 1. Man behöver en funktion säg $I(k)$ som beräknar integralen för olika k, och en metod för att lösa en icke-linjär ekvation $f(k) = I(k)\text{-}k = 0$
2. I(k): Integranden är analytisk, och för små k blir det inte många perioder av cos, så man kan använda trapetsregeln, eller i Matlab någon inbyggd metod som `quadl` eller `quad8` . För ekvationslösning går det bra med Newtons metod: vi har en enkel formel ovan för *df/dk*,
3. Två felkällor, i) Beräkning av $f(k)$, där felet kommer ifrån kvadratur-formeln, ii) Avbrott av iterationerna i ekvationslösningen. För Newtons metod kan ii) göras försumbart: f har en kontinuerlig derivata så det blir kvadratisk konvergens mot ett enkelt nollställe. Om man beräknar f med ett fel < ε blir felet dk i beräknat nollställe begränsat av $|dk| \le \frac{\varepsilon}{|I'(k) - 1|}$