

Namn: .....

Personnummer: .....

Program, årskurs: .....



KTH Computer Science  
and Communication

## Tentamen, del 1 DN1240 – Numeriska metoder gk II F och CL

Lördag 17 december 2011 kl 9–12

**DEL 1:** 20 poäng. Inga hjälpmedel. Betygsgräns för betyg E: 14 poäng (inkl. bonuspoäng).

**Bonus.** Ange här dina giltiga bonuspoäng från vt-11 eller ht-11, och den kursomgång (linje, termin) där poängen erhållits.

Antal bonuspoäng

Kursomgång:

**1a.** Ekvationen  $x = 1 - 0.2e^{3x}$  ska lösas med Newtons metod. Utför en iteration med startapproximationen  $x_0 = 0$ .

Resultatet blir:

(2 p)

0

-1/2

1/3

1

-1/3

-1

1/2

något annat värde

1 (4)

(2 p) b. Villkoret för att fixpunktsiteration för samma ekvation som i del a, vars rot =  $\alpha$  (och samma startapproximation) med iterationsformeln  $x_{n+1} = 1 - 0.2e^{3x_n}$  ska konvergera lyder

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $ 1 - 0.2e^{3\alpha}  < 1$ | <input type="checkbox"/> $ 0.2e^{3\alpha}  > 1$      |
| <input type="checkbox"/> $ 1 - 0.2e^{3\alpha}  > 1$ | <input type="checkbox"/> $0.2e^{3\alpha}/\alpha = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $ 1 - 0.6e^{3\alpha}  < 1$ | <input type="checkbox"/> $ 0.6e^{3\alpha}  < 1$      |
| <input type="checkbox"/> $ 1 - 0.6e^{3\alpha}  > 1$ | <input type="checkbox"/> $ 0.6e^{3\alpha}  > 1$      |
| <input type="checkbox"/> $ 0.2e^{3\alpha}  < 1$     | <input type="checkbox"/> något annat villkor         |

2. En metod för numerisk integration har noggrannhetsordning  $p$ . Detta betyder att: (2 p)

- avrundningsfelet minskar med faktorn  $p$  för varje delintervall
- trunkeringsfelet minskar med faktorn  $p$  för varje delintervall
- steglängden  $h = p$  har använts
- trunkeringsfelet är proportionellt mot steglängden upphöjt till  $p$
- antal delintervall är  $p$
- antalet delintervall som krävs för att uppnå felet  $\varepsilon$  är proportionellt mot  $\varepsilon^{-p}$

3. För att anpassa en linje till punkterna

$x =$	1	3	4	5	11	13
$y =$	2	2.2	2.5	3	4.4	5.2

används minstakvadratmetoden. Detta leder till ett överbestämt ekvationssystem  $Ax \approx b$ .

Vilken dimension har matrisen  $A$ ? (1p)

- 2 rader, 6 kolumner
- 6 rader, 2 kolumner
- 2 rader, 2 kolumner
- 6 rader, 6 kolumner
- 4 rader, 6 kolumner

Hur många ekvationer har normalekvationerna? (1p)

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

4a. Om lösning av ett fullt ekvationssystem med 50 obekanta tar en tiondels sekund, hur lång tid tar då ungefär lösning av systemet med tusen obekanta? (2 p)

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0.2 s. | <input type="checkbox"/> 100 s.            |
| <input type="checkbox"/> 0.5 s. | <input type="checkbox"/> 500 s.            |
| <input type="checkbox"/> 1 s.   | <input type="checkbox"/> 800 s.            |
| <input type="checkbox"/> 2 s.   | <input type="checkbox"/> 1000 s.           |
| <input type="checkbox"/> 50 s.  | <input type="checkbox"/> något annat värde |

b. Om lösning av ett tridiagonalt ekvationssystem med 50 obekanta tar en tiondels sekund, hur lång tid tar då ungefär en effektiv lösning av systemet med tusen obekanta? (2 p)

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0.2 s. | <input type="checkbox"/> 100 s.            |
| <input type="checkbox"/> 0.5 s. | <input type="checkbox"/> 500 s.            |
| <input type="checkbox"/> 1 s.   | <input type="checkbox"/> 800 s.            |
| <input type="checkbox"/> 2 s.   | <input type="checkbox"/> 1000 s.           |
| <input type="checkbox"/> 50 s.  | <input type="checkbox"/> något annat värde |

5. Differentialekvationen  $y' = y^2 + \cos(\pi x)$ ,  $y(1) = 1/2$ , löses med Eulers metod och steglängden  $h = 0.2$ . Då blir  $y$ -värdet vid  $y(1.2)$ : (2 p)

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0.01 | <input type="checkbox"/> 0.35              |
| <input type="checkbox"/> 0.02 | <input type="checkbox"/> 0.4               |
| <input type="checkbox"/> 0.1  | <input type="checkbox"/> 0.5               |
| <input type="checkbox"/> 0.2  | <input type="checkbox"/> 0.52              |
| <input type="checkbox"/> 0.25 | <input type="checkbox"/> 0.7               |
| <input type="checkbox"/> 0.3  | <input type="checkbox"/> något annat värde |

6. För en iterativ metod uppskattas felen  $e_n$  i iterationerna till

$$e_7 = 0.2477, \quad e_8 = 0.049, \quad e_9 = 0.0104, \quad e_{10} = 0.00198$$

Vilken konvergensordning motsvarar detta?

(2 p)

- 0  
 1  
 2  
 3  
 annat

7. Styckvis linjär interpolation har noggrannhetsordning

(1 p)

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 4 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 5 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 6 |

8. Värdet av  $\int_0^\pi (\cos(\frac{x}{2}))^{\sin 2x} dx$  beräknas med trapetsregeln och steglängden  $h = \pi/2$ . Resultatet blir:

(2 p)

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0       | <input type="checkbox"/> $3\pi/4$          |
| <input type="checkbox"/> $\pi/4$ | <input type="checkbox"/> $2\pi$            |
| <input type="checkbox"/> $\pi/2$ | <input type="checkbox"/> $5\pi/4$          |
| <input type="checkbox"/> $\pi$   | <input type="checkbox"/> något annat värde |

9. Vi vill beräkna  $y = \sin(x)$  när  $x$  är behäftat med ett relativfel  $r_x \ll 1$ . Vad kan vi säga om relativfelet  $r_y$  i  $y$  (när  $x$  och  $y$  inte ligger nära noll)?

(1 p)

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $r_y \approx \frac{r_x x}{\sin(x)}$ | <input type="checkbox"/> $r_y \approx \frac{r_x x}{\tan(x)}$ |
| <input type="checkbox"/> $r_y \approx r_x \cos(x)$           | <input type="checkbox"/> $r_y \approx r_x \tan(x)$           |
| <input type="checkbox"/> $r_y \approx \frac{r_x}{\sin(x)}$   | <input type="checkbox"/> $r_y \approx \frac{r_x}{\cos(x)}$   |

V.g. glöm inte skriva ditt namn och personnummer överst på framsidan!