DN1212+DN1214+DN1215+DN1240+DN1241+DN1243 mfl
Lördag 2012-03-17, kl 9-12
Tentamen i Grundkurs i numeriska metoder
Del 1 (av 2)

Skrivtid 3 tim. **Inga hjälpmedel.** Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Ange dina giltiga bonuspoäng från vt11, ht11 eller vt12 och den kursomgång (program, termin) där poängen erhållits. Maximal poäng 20 + bonuspoäng från årets laborationer (max 4p).

Har du bonuspoäng?

☐ Antal: Från kursomgång:

(2p) 1. Newton-Raphsons metod tillämpad på ekvationen $x^2 - 3x + 4 = 0$ ser ut som

☐ $x_{n+1} = x_n + (2x_n - 3)/(x_n^2 - 3x_n + 4)$
☐ $x_{n+1} = x_n - (2x_n - 3)/(x_n^2 - 3x_n + 4)$
☐ $x_{n+1} = x_n + (x_n^2 - 3x_n + 4)/(2x_n - 3)$
*☐ $x_{n+1} = x_n - (x_n^2 - 3x_n + 4)/(2x_n - 3)$
☐ $x_{n+1} = x_n + (2x_n - 3)/2$
☐ $x_{n+1} = x_n - (2x_n - 3)/2$

(2p) 2. Störningsräkning används för att undersöka effekten av

☐ Beräkningsfelet
☐ Trunkeringsfelet
*☐ Indatafelet/Tabellfelet
☐ Presentationsfelet

(3p) 3. Lägg ett interpolationspolynom av lämplig grad genom de tre mätpunkterna

x	0	1	2
y	1	2	4

Vad blir polynomets värde i x=0.2? (2p)

☐ 1
☐ 1.04
*☐ 1.12
☐ 1.2
☐ 1.6
☐ 2

Vad blir polynomets värde i x=2? (1p)

☐ 2
☐ 2.5
☐ 3
*☐ 4
☐ 4.5
☐ 5

(2p) 4. Differentialekvationerna

$$\begin{matrix} y'' + 0.5yy' = sin(x) \\ z' - y' + zy = cos(y) \end{matrix}, \quad 0 \leq x \leq 5$$

skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

n blir .. (1p)

☐ 2
*☐ 3
☐ 4
☐ 5
☐ omöjligt att säga

Om Eulers eller Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1p)

☐ 2
*☐ 3
☐ 4
☐ 5
☐ omöjligt att säga

Var god vänd!

(2p) 5. En metod för att lösa differentialekvationer sägs vara av fjärde ordningen. Det innebär att

- ☐ Trunkeringsfelet avtar en faktor 4 vid varje steghalvering.
- ☐ Beräkningsfelet avtar en faktor 4 vid varje steghalvering.
- ☐ Globala felet är proportionellt mot $4h$
- ☐ Mängden beräkningsarbete ökar en faktor 4 vid varje steghalvering.
- ☐ Taylorutvecklingen av felet har 4 termer.
- *☐ Globala felet är proportionellt mot h^4

(2p) 6. Ekvationen $x^3 + 7x = 8 + \cos(x)$ har en rot nära $x = 1$. En lämplig form av fixpunktsiteration for att bestämma roten noggrannt är

- ☐ $x_{n+1} = (8 + \cos(x_n) - 7x_n)^{1/3}$
- ☐ $x_{n+1} = -(8 + \cos(x_n) - 7x_n)^{1/3}$
- *☐ $x_{n+1} = (8 + \cos(x_n) - (x_n)^3)/7$
- ☐ $x_{n+1} = -(8 + \cos(x_n) - (x_n)^3)/7$
- ☐ $x_{n+1} = \arccos(8 - 7x + (x_n)^3)$
- ☐ $x_{n+1} = -\arccos(8 - 7x + (x_n)^3)$

(4p) 7. Man vill med minstakvadratmetoden anpassa funktionen $p(x) = c_1x + c_2x^2$ till de tre mätpunkterna

x	0	1	2
y	1	2	4

Då får man c till (2p)

- ☐ $c = (0 \quad 1)^T$
- *☐ $c = (2 \quad 0)^T$
- ☐ $c = (1 \quad 1)^T$
- ☐ $c = (1/2 \quad 1/2 \quad 1)^T$
- ☐ $c = (1 \quad 1/2 \quad 1/4)^T$
- ☐ $c = (1 \quad 1/2 \quad 1)^T$

och residualen blir (2p)

- ☐ $r = (-0.4 \quad 0.4)^T$
- ☐ $r = (0.2 \quad -0.4)^T$
- ☐ $r = (0.1 \quad -0.2)^T$
- ☐ $r = (0 \quad 0 \quad 0)^T$
- ☐ $r = (-0.6 \quad 0.2 \quad 0.4)^T$
- *☐ $r = (1 \quad 0 \quad 0)^T$

(2p) 8. Om man använder Eulers metod och steglängden 0.5 på begynnelsevärdesproblemet
$y''' = x + y$ med $y(1) = 3$, $y'(1) = 2$ och $y''(1) = 1$,

vilket värde får man på $y(2)$?

- ☐ 1.5
- ☐ 2.5
- ☐ 3
- ☐ 4.5
- ☐ 5
- *☐ 5.25

Vilket värde får man på $y'(1.5)$?

- ☐ 1.5
- *☐ 2.5
- ☐ 3
- ☐ 4.5
- ☐ 5
- ☐ 5.25

(1p) 9. Om man skattar integralen

$$\int_2^8 \cos(\pi x)dx$$

med trapetsregeln och intervallet uppdelat i tre (lika stora) delar vilket värde får man då?

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 4
- ☐ 5
- *☐ 6
- ☐ 8

Tentan fortsätter med del 2.