DN12, 14, 15, 40, 41, 43 mfl

Tisdag 2013-01-08, kl 10-13
Tentamen i grundkurs i numeriska metoder

Del 1 (av 2)

Skrivtid 3 tim.**Inga hjälpmedel.** Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Maximal poäng 20 + bonuspoäng (max 4p).

(0p) 0. Ange dina bonuspoäng (bara VT12 och HT12 gäller), kursomgång och program: ....

(2p) 1. Vad får man för värde om man i tabellen skattar $y(6)$ med ...

x	3	4	5	7
y	2	3	6	9

... linjär interpolation (0.5p)?

- ☐ 7.5
- ☐ 7.75
- ☐ 8.0
- ☐ 8.5

... kvadratisk interpolation (1.5p)?

- ☐ 7.5
- ☐ 7.75
- ☐ 8.0
- ☐ 8.5

(1p) 2. Vilken typ av konvergens mot ett enkelt nollställe bör Newtons metod för lösning av $f(x) = 0$ ha, om f har minst två kontinuerliga derivator för alla x?

- ☐ Ingen
- ☐ Oregelbunden
- ☐ Linjär
- ☐ Superlinjär
- ☐ Kvadratisk
- ☐ Kubisk

(2p) 3. Ekvationen $x^3 = 7x + 2$ har en rot nära $x = 2$. Vad blir nästa iterat med Newtons metod med detta startvärde?

- ☐ 2.2
- ☐ 2.6
- ☐ 2.8
- ☐ 3.0
- ☐ 3.2
- ☐ 3.6

(2p) 4. Polynomet $x^2 - 2x + 3$ interpolerar de tre första punkterna i tabellen. Tredjegradspolynomet $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ interpolerar alla fyra.

x	0	1	3	4
y	3.0	2.0	6.0	14.0

Vad blir

... a_0? (0.5p)

- ☐ 1/4
- ☐ 1/2
- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ något annat

...a_3? (1.5p)

- ☐ 1/4
- ☐ 1/2
- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ något annat

(2p) 5. Vilket värde får man om man skattar integralen $\int_1^2 2x^2 dx$ med trapetsregeln och ...

... steglängden 1 (1p)?

- [ ] $4\frac{1}{2}$
- [ ] $4\frac{2}{3}$
- [ ] $4\frac{3}{4}$
- [ ] $4\frac{4}{5}$
- [ ] $4\frac{5}{6}$
- [ ] 5

... steglängden 0.5 (1p)?

- [ ] $4\frac{1}{2}$
- [ ] $4\frac{2}{3}$
- [ ] $4\frac{3}{4}$
- [ ] $4\frac{4}{5}$
- [ ] $4\frac{5}{6}$
- [ ] 5

(1p) 6. Man har gjort två beräkningar av $f'(x)$ med $D(H) = (f(x+H) - f(x))/H$ med steglängderna $H = h$ och $H = 2h$. Hur bör man kombinera dessa för att erhålla en normalt bättre approximation?

- [ ] $D(h) + (D(h) - D(2h))/3$
- [ ] $D(2h) + (D(2h) - D(h))/3$
- [ ] $D(h) + (D(h) - D(2h))$
- [ ] $D(2h) + (D(2h) - D(h))$
- [ ] $D(h) - (D(h) - D(2h))/3$
- [ ] $D(2h) - (D(2h) - D(h))/3$

(2p) 7. Givet begynnelsevärdesproblemet $y''\,x + y'\,x^2 = 2$, $y(2) = 4$ och $y'(2) = 1$ Vad blir med Eulers metod och steget 0.5 ...

... värdet på $y(2.5)$ (0.5p)?

- [ ] 5
- [ ] $4\frac{5}{6}$
- [ ] $4\frac{4}{5}$
- [ ] $4\frac{3}{4}$
- [ ] $4\frac{2}{3}$
- [ ] $4\frac{1}{2}$

... värdet på $y(3)$ (1.5p)?

- [ ] 5
- [ ] $4\frac{5}{6}$
- [ ] $4\frac{4}{5}$
- [ ] $4\frac{3}{4}$
- [ ] $4\frac{2}{3}$
- [ ] $4\frac{1}{2}$

(2p) 8. Runge-Kuttas klassiska metod för initialvärdesproblem har noggrannhetsordning fyra. Med steglängd 0.1 blev lösningen 12.3456 och med steglängd 0.01 blev det 12.3501. Vi antar att steglängderna är små.

... den bästa skattningen blir (1p)

- [ ] 12.3501
- [ ] 12.3504
- [ ] 12.3459
- [ ] något annat

... med steglängd 0.2 får man (1p)

- [ ] 12.2736
- [ ] 12.3411
- [ ] 12.2781
- [ ] något annat

(1p) 9. Lösning av ett linjärt ekvationssystem med 1236 obekanta tog tiden T på datorn. Hur lång tid tar det med 2501 obekanta, om koefficientmatriserna i båda fallen är

... helt fyllda ? (1p)

- ☐ T
- ☐ 2T
- ☐ 4T
- ☐ 8T
- ☐ 16T

... undertriangulära? (1p)

- ☐ T
- ☐ 2T
- ☐ 4T
- ☐ 8T
- ☐ 16T

(2p) 10. En metod med två parametrar $f(x, y)$ ger följande värden vid anrop:

$$f(1.00, 2.00) = 8.0,\ f(1.02, 2.00) = 8.4$$
$$f(1.00, 1.98) = 7.8,\ f(1.02, 1.98) = 8.2$$

Skatta den bästa gränsen för osäkerheten i $f(x, y)$-värdet då $x = 1.00 \pm 0.01$ och $y = 2.00 \pm 0.03$

- ☐ 0.04
- ☐ 0.05
- ☐ 0.07
- ☐ 0.50
- ☐ 0.70
- ☐ 1.00
- ☐ 1.20
- ☐ 1.60

(2p) 11. Polynomet $x^3 - 4x + 2.95 = 0$ har en rot nära 1. Vilken iterationsformel är snabbast för att hitta den?

- ☐ $x_{n+1} = (x_n^3 + 2.95)/4$
- ☐ $x_{n+1} = x_n/2 + (x_n^3 + 2.95)/8$
- ☐ $x_{n+1} = 3(-2x_n/3 + (x_n^3 + 2.95)/4)$
- ☐ $x_{n+1} = x_n - (x_n^3 - 4x_n + 2.95)$

(1p) 12. Man har anpassat en kurva med tre parametrar med minstakvadratmetoden till 20 mätpunkter. Hur många ekvationer får normalekvationerna om man anpassar till 40 mätpunkter istället?

- ☐ Hälften så många
- ☐ Lika många
- ☐ Dubbelt så många
- ☐ Fyra gånger så många

Tentan fortsätter med del 2.