

DN12- 12,14,15,40,41,43 Tentamen i Numeriska metoder gk, 08-12-17

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgränser inkl bonuspoäng: 14p E

1. Differentialekvationsproblemet

$$\frac{d^3q}{dt^3} + 3\frac{dq}{dt}q^2 = \sin(t)$$

(2p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer Då blir n...

 det är omöjligt att säga 1. 2. 3. 4.(2p) 2. Minstakvadratanpassning görs av ett tredjegradspolynom till givna mätdata y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 vid x -värdena x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 .

Hur många okända parametrar ska bestämmas?

 Två. Tre. Fyra. Fem. Tio.Problemet ovan leder till ett överbestämt linjärt ekvations-system $Ax \approx b$. Vilket påstående nedan är sant? Normalekvationerna lyder $AA^T x = Ab$ Residualvektorn definieras $r = b - x$ Minstakvadratmetoden minimerar normen för x Minstakvadratmetoden minimerar Euklidiska normen för $r = b - Ax$. Om kolumnerna i A är linjärt beroende så blir normalekvationernas koefficientmatris icke-singulär.(2p) 3. Givet en funktion $f(t)$. Uttrycket $(f(3.01) - f(2.99))/0.02$ är en differensapproximation till ... (fler alternativ kan vara rätt, felaktigt svar ger avdrag i uppg. 3 endast) $f'(3.01)$ $f'(3.00)$ $f'(2.99)$ $f''(3.01)$ $f''(3.00)$ $f''(2.99)$

(2p) 4. En grov approximation till

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{100 + x^2 + 0.1x^3}$$

är ...

 0.005 0.05 0.5 5 50 500

- (2p) 5. En metod för ekvationslösning har genererat korrektionstermerna $0.01, 0.001, 10^{-5}, 10^{-9}, \dots$.
Vad kan vi säga om ...

metodens konvergens?

- Ingenting
 Det är linjär konvergens
 Det är kvadratisk konvergens
 Det är kubisk konvergens

den asymptotiska felkonstanten

- 10^{-4}
 0.01
 0.1
 1
 10

- (3p) 6. Givet ekvationen $x^4 + e^{x-100} = 16$, där $e^{-100} \approx 4 \times 10^{-44}$

En bra startgissning är ...

Felet i startgissningen är ca ...

- 0
 0.1
 2
 16
 100

- 10^{-44}
 10^{-24}
 10^{-10}
 10^{-6}
 0.01

- (2p) 7. För att beräkna en approximation till $y(1.1)$ för ekvationen

$$\frac{dy}{dt} = t^2 y - 0.08 y^2, \quad y(1) = 10$$

görs ett steg med Eulers metod. Resultatet blir

- 9.6
 9.8
 10
 10.1
 10.2
 10.4

- (3p) 8. Integralen $\int_0^\infty f(x) dx$ med

$$f(x) = \frac{1}{x^7 + \sqrt{x^4 + 3x^2 + x + 1}}$$

skall beräknas med fel mindre än 2×10^{-12} . Då är det lämpligt att beräkna $\int_0^B f(x) dx$ med $B \dots$

- 3
 10
 30
 100
 300
 1000

- (2p) 9. Heuns metod för numerisk lösning av differentialekvationer har noggrannhetsordning 2.
Detta betyder att ...

- Felet avtar med antalet steg
 Antalet korrekta decimaler kvadreras
 Felet är proportionellt mot steglängden
 Det globala felet är proportionellt mot steglängden i kvadrat