KTH-CSC **Namn:** ....

Personnr: .... **Program, årskurs:**..................

DN12- 12,14,15,40,41,43 Tentamen i Numeriska metoder gk, 08-12-17

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgränser inkl bonuspoäng: 14p E

1. Differentialekvationsproblemet

$$\frac{d^3q}{dt^3} + 3\frac{dq}{dt}q^2 = \sin(t)$$

(2p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer Då blir n...

- ☐ det är omöjligt att säga
- ☐ 1.
- ☐ 2.
- ☒ 3.
- ☐ 4.

(2p) **2.** Minstakvadratanpassning görs av ett tredjegradspolynom till givna mätdata y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 vid x-värdena x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.

Hur många okända parametrar ska bestämmas?

- ☐ Två.
- ☐ Tre.
- ☒ Fyra.
- ☐ Fem.
- ☐ Tio.

Problemet ovan leder till ett överbestämt linjärt ekvationssystem $Ax \approx b$. Vilket påstående nedan är sant?

- ☐ Normalekvationerna lyder $AA^Tx = Ab$
- ☐ Residualvektorn definieras $r = b - x$
- ☐ Minstakvadratmetoden minimerar normen för x
- ☒ Minstakvadratmetoden minimerar Euklidiska normen för $r = b - Ax$.
- ☐ Om kolumnerna i A är linjärt beroende så blir normalekvationernas koefficientmatris icke-singulär.

(2p) **3.** Givet en funktion $f(t)$. Uttrycket $(f(3.01) - f(2.99))/0.02$ är en differensapproximation till ... (fler alternativ kan vara rätt, felaktigt svar ger avdrag i uppg. 3 endast)

- ☒ $f'(3.01)$
- ☒ $f'(3.00)$
- ☒ $f'(2.99)$
- ☐ $f''(3.01)$
- ☐ $f''(3.00)$
- ☐ $f''(2.99)$

(2p) **4.** En grov approximation till

$$\int_0^{0.5} \frac{dx}{100 + x^2 + 0.1x^3}$$

är ...

- ☒ 0.005
- ☐ 0.05
- ☐ 0.5
- ☐ 5
- ☐ 50
- ☐ 500

(2p) **5.** En metod för ekvationslösning har genererat korrektionstermerna $0.01, 0.001, 10^{-5}, 10^{-9}, \ldots$ Vad kan vi säga om ...

metodens konvergens?

- [ ] Ingenting
- [ ] Det är linjär konvergens
- [x] Det är kvadratisk konvergens
- [ ] Det är kubisk konvergens

den asymptotiska felkonstanten

- [ ] 10^{-4}
- [ ] 0.01
- [ ] 0.1
- [ ] 1
- [x] 10

(3p) **6.** Givet ekvationen $x^4 + e^{x-100} = 16$, där $e^{-100} \approx 4 \times 10^{-44}$

En bra startgissning är ...

- [ ] 0
- [ ] 0.1
- [x] 2
- [ ] 16
- [ ] 100

Felet i startgissningen är ca ...

- [x] 10^{-44}
- [ ] 10^{-24}
- [ ] 10^{-10}
- [ ] 10^{-6}
- [ ] 0.01

(2p) **7.** För att beräkna en approximation till $y(1.1)$ för ekvationen

$$\frac{dy}{dt} = t^2 y - 0.08y^2, \quad y(1) = 10$$

görs ett steg med Eulers metod. Resultatet blir

- [ ] 9.6
- [ ] 9.8
- [ ] 10
- [ ] 10.1
- [x] 10.2
- [ ] 10.4

(3p) **8.** Integralen $\int_0^\infty f(x)dx$ med

$$f(x) = \frac{1}{x^7 + \sqrt{x^4 + 3x^2 + x + 1}}$$

skall beräknas med fel mindre än 2×10^{-12}. Då är det lämpligt att beräkna $\int_0^B f(x)dx$ med B ...

- [ ] 3
- [ ] 10
- [ ] 30
- [x] 100
- [ ] 300
- [ ] 1000

(2p) **9.** Heuns metod för numerisk lösning av differentialekvationer har noggrannhetsordning 2. Detta betyder att ...

- [ ] Felet avtar med antalet steg
- [ ] Antalet korrekta decimaler kvadreras
- [ ] Felet är proportionellt mot steglängden
- [x] Det globala felet är proportionellt mot steglängden i kvadrat