

Tentamen i Numeriska metoder för DN1212, DN1214, DN1215, DN1240, DN1241, DN1243
Fredag 19/10 2012, kl 14-17

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Ange ovan dina giltiga bonuspoäng från ht-12, vt-12 eller ht-11, och den kursomgång (linje, termin, år) där poängen erhållits

- (2p) 1. Ekvationen $(2-x)^2 + 3 \ln(x) - 0.5 = 0$ skall lösas med Newtons metod. Om startvärdet $x_0 = 1$ används vad blir nästa iterat x_1 ?

- | | |
|------------------------------|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0.5 | <input type="checkbox"/> 1.7 |
| <input type="checkbox"/> 1.0 | <input type="checkbox"/> 2.0 |
| <input type="checkbox"/> 1.5 | <input type="checkbox"/> något annat |

- (3p) 2. Givet 20 par av mätvärden $(t_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 20$. Funktionen $y(t) = a + be^{-2t} + c/t$ skall anpassas till dessa mätvärden med minsta kvadratmetoden.

Vilken dimension får matrisen A i det överbestämda linjära ekvationssystemet $Ap = y, p = (a, b, c)^T$ (1.5p)

- 20×20
 3×20
 20×3
 3×3
 någon annan

Vad gäller för minstakvadratlösningen p (1.5p)?

- euklidiska normen för p minimeras
 $A^T p$ ska bli noll
 euklidiska normen av $y - p$ minimeras
 euklidiska normen av $y - Ap$ minimeras
 $AA^T p = Ay$

- (3p) 3. Givet (x, y) -värdena $(-1, -1), (0, 1)$ och $(1, 1)$.

Vilket polynom $p(x)$ interpolerar dessa värden? (1.5p)

- $p(x) = 1 + x - x^2$
 $p(x) = 1 - x - x^2$
 $p(x) = 1 + x + x^2$
 $p(x) = 1 + 2x$
 något annat

Vilken rät linje $y = a + bx$ minstakvadratanpassar dessa värden? (1.5p)

- $y = 1 + x/3$
 $y = 1 + 2x$
 $y = 1/3 + x$
 $y = 1/2 + x$
 någon annan

- (3p) 4. Givet differentialekvationen $y' = x - y - 1$, $y(1) = a$.

Antag att begynnelsevärdet $a = 2$. Om Eulers metod med steget $h = 1$ används, vad blir då $y(2)$ approximativt? (1p)

- 1
 -0.5
 0
 1

Om Eulers metod med steget $h = 0.5$ används, för vilket begynnelsevärde a blir Eulerapproximationen av $y(2)$ lika med 0.5? (2p)

- $a = 0.5$
 $a = 0.8$
 $a = 1$

(2p) 5. Trapetsvärdet $T(h)$ (där h är steglängden) för beräkning av en integral $I = \int_a^b f(x)dx$ har noggrannhetsordningen två. Detta innebär att

- Integralen kan skrivas om som en andra ordningens differentialekvation
- Felet $T(h) - I$ är i stort sett proportionellt mot h^2 .
- Resultatet av beräkningen blir ett polynom av andra graden.
- Felet avtar med en faktor 2 då steglängden halveras.

(2p) 6. För att lösa ett linjärt ekvationssystem $Ax = b$ med n obekanta med Gausselimination är tidsåtgången proportionell mot

Om A är triangulär (1p)

- n^3
- n^2
- n
- oberoende av n

Om A är tridiagonal(1p)

- n^3
- n^2
- n
- oberoende av n

7. Givet följande ekvation, där vi vill beräkna roten $x = \alpha$.

$$\int_0^x e^{-t^2} dt + x^2 = 1$$

(2p) Vilka numeriska metoder är lämpligast att kombinera för att lösa problemet?

- Trapetsregeln och interpolation
- Eulers metod med extrapolation
- Trapetsregeln och Newton-Raphson
- Minstakvadratmetoden och Eulers metod
- Runge-Kuttas och trapetsregeln

8. Differentialekvationssystemet

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + z^2 + x - 5, \quad \frac{dz}{dx} = -z + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 1$$

(3p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

n blir .. (2p)

- 2
- 3
- 4
- 5
- det är omöjligt att säga.

Om Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1p)

- 2
- 3
- 4
- 5
- det är omöjligt att säga.