

Tentamen i Numeriska metoder för DN1212, DN1214, DN1215, DN1240, DN1241, DN1243
Fredag 19/10 2012, kl 14-17

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Ange ovan dina giltiga bonuspoäng från ht-12, vt-12 eller ht-11, och den kursomgång (linje, termin, år) där poängen erhållits

- (2p) 1. Ekvationen $(2-x)^2 + 3\ln(x) - 0.5 = 0$ skall lösas med Newtons metod. Om startvärdet $x_0 = 1$ används vad blir nästa iterat x_1 ?

0.5

- (3p) 2. Givet 20 par av mätvärden $(t_i, y_i), i = 1, 2, \dots, 20$. Funktionen $y(t) = a + be^{-2t} + c/t$ skall anpassas till dessa mätvärden med minsta kvadratmetoden.

Vilken dimension får matrisen A i det överbestämda linjära ekvationssystemet $Ap = y, p = (a, b, c)^T$ (1.5p)

20×3

Vad gäller för minstakvadratlösningen p (1.5p)?

euklidiska normen av $y - Ap$ minimeras

- (3p) 3. Givet (x, y) -värdena $(-1, -1), (0, 1)$ och $(1, 1)$.

Vilket polynom $p(x)$ interpolerar dessa värden? (1.5p)

$p(x) = 1 + x - x^2$

Vilken rät linje $y = a + bx$ minstakvadratanpassar dessa värden? (1.5p)

$y = 1/3 + x$

- (3p) 4. Givet differentialekvationen $y' = x - y - 1, y(1) = a$.

Antag att begynnelsevärdet $a = 2$. Om Eulers metod med steget $h = 1$ används, vad blir då $y(2)$ approximativt? (1p)

0

Om Eulers metod med steget $h = 0.5$ används, för vilket begynnelsevärde a blir Eulerapproximationen av $y(2)$ lika med 0.5? (2p)

$a = 1$

- (2p) 5. Trapetsvärdet $T(h)$ (där h är steglängden) för beräkning av en integral $I = \int_a^b f(x)dx$ har noggrannhetsordningen två. Detta innebär att

Felet $T(h) - I$ är i stort sett proportionellt mot h^2 .

- (2p) 6. För att lösa ett linjärt ekvationssystem $Ax = b$ med n obekanta med Gausselimination är tidsåtgången proportionell mot

Om A är triangulär (1p)

n^2

Om A är tridiagonal(1p)

n

7. Givet följande ekvation, där vi vill beräkna roten $x = \alpha$.

$$\int_0^x e^{-t^2} dt + x^2 = 1$$

- (2p) Vilka numeriska metoder är lämpligast att kombinera för att lösa problemet?

Trapetsregeln och Newton-Raphson

8. Differentialekvationssystemet

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + z^2 + x - 5, \quad \frac{dz}{dx} = -z + 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 1$$

(3p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

n blir .. (2p)

3

Om Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1p)

3