

DN12- 12,14,15,40,41,43 Tentamen i Numeriska metoder gk

Onsdag 08-12-17

DEL 2 Inga hjälpmedel. Rättas endast om del 1 är godkänd. Betygsgränser inkl bonuspoäng: 10p D, 20p C, 30p B, 40 A.

- (12p) 1. Inför lämpliga beteckningar och formulera Newtons metod för följande problem.

$$15x + y - z^2 = 30, \quad -z - x + 30y = 30, \quad -x^2 + 100z + y = 20$$

Bestäm en grov startapproximation, och formulera det linjära ekvationssystem som skall lösas i den första iterationen. Uttryck med siffervärden insatta räcker. Skriv därefter ett Matlabprogram som löser det ursprungliga problemet med Newtons metod, och med fel mindre än 10^{-9} i varje komponent av lösningen. Programmet skall skriva ut tillräckligt med mellanresultat så konvergensen kan kontrolleras. Om du inte har bestämt någon startapproximation så får du hitta på någon.

- (10p) 2. Vid numerisk beräkning av en integral med en ny smart stegmetod erhöles följande resultat $I(h)$ för några olika steglängder h .

h	0.4	0.2	0.1	0.05
I	2.8725600	2.3101600	2.2400100	2.2312506

Bestäm noggrannhetsordningen för metoden.

- (14p) 3. Funktionerna $u(t)$ och $v(t)$ satisfierar

$$u'' + v^2 u = \sin(t); \quad v'' + u^2 v = \sin(2t)$$

$$u(0) = 1, u'(0) = 0.2, v(0) = -0.2, v'(0) = 0.5$$

Skriv först ett Matlabprogram som beräknar lösningen för $0 \leq t \leq 2$. Programmet skall rita grafen för $u(t)$ och $v(t)$ för $0 \leq t \leq 2$ samt skriva ut värdet av $u(2)$ respektive $v(2)$.

Modifiera eller utöka därefter programmet så även

$$\int_0^2 u(t)^2 + v(t)^2 dt$$

beräknas.

- (14p) 4. Givet följande differentialekvationsproblem med en okänd parameter α

$$u'' + 2u'u^2 + 2u = 0, \quad u(0) = 2, \quad u(1) = \alpha$$

Den okänd parameteren α bestäms från villkoret

$$\int_0^1 u(t)^2 dt = \alpha^2$$

Diskretisera t -axeln med punkterna $t_i = i/4$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$. Diskretisera differentialekvation och integralvillkor så vi får ett (icke-linjärt) ekvationssystem för våra obekanta. Hur många obekanta har vi? Skriv i detalj upp ekvationerna. Hur många ekvationer blir det?