

DN1212+DN1214+DN1215+DN1240+DN1241+DN1243 mfl

Tentamen i Grundkurs i numeriska metoder

Del 2 (av 2)

Tisdag 2011-01-11, kl 10-13

Skrivtid 3 tim., inga hjälpmedel.

Rättas endast om del 1 är godkänd. Betygsgräns (inkl bonuspoäng): 10p D, 20p C, 30p B, 40p A. Maximal poäng 50 + bonuspoäng från årets laborationer (max 4p).

Var god notera att miniräknare **ej** är tillåten på denna tentamen.

Svar skall motiveras och uträkningar redovisas. Korrekt svar utan motivering eller med felaktig motivering medför poängavdrag. Då algoritmbeskrivning begärs, avses normalt beskrivning i Matlab. Eftersom miniräknare ej är tillåten är det tillåtet att lämna enkla beräkningsuttryck oförenklade, tex $c = 0.5 \cdot 0.2^3 \cdot \cos(\pi/3)$ i stället för det uträknade $c = 0.002$

—000—

(-) **P0.** Ange dina bonuspoäng och den kursomgång (linje och termin) där poängen erhöles. Endast poäng från och med läsåret 09/10 är giltiga.

(14) **P1.** Man skall beräkna rörelsen för en laddad partikel som startar i origo med hastighet V längs y -axeln och utsätts för ett magnet-fält riktat längs z -axeln ($' = d/dt$):

$$x'' = -y', y'' = x', x(0) = y(0) = x'(0) = 0; y'(0) = V$$

a) (3) Inför lämpliga beteckningar och skriv systemet som ett system av första ordningens differentialekvationer. Glöm inte begynnelsevillkoren!

b) (8) Skriv ett Matlab-program som med Eulers metod med steget h beräknar lägena (x_i, y_i) och hastigheterna (x'_i, y'_i) vid tidpunkterna $t_i = ih$ för $i = 1, 2, \dots, I$, där I är det första i där $y_i < 0$. Programmet skall sedan plotta banan $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, I$. Banan blir cirkel-lik. Förklara varför `axis equal` är mycket lämpligt!

c) (3) Lägg till några Matlab-satser som med linjär interpolation beräknar och skriver ut var partikeln träffar x -axeln.

(8) **P2. Goding i Repris**

"Varje år kungörs årets rekordpumpa i tidskriften Pumpavännen. Tyvärr är vårt exemplar för år 2007 sönderläst, vi behöver din hjälp att med interpolation ta reda på hur många kg rekordpumpen vägde då."

t, År	2005	2006	2007	2008	2009
m, rekordvikt i kg	200	208	X	254	286

a) (6) Bestäm koefficienterna i Newtons ansats på interpolationspolynomet $P(t)$ till data för $t = 2005, 2006, 2008$ och 2009 . Beräkna sedan $P(2007)$.

b) (2) Visa, att om vikten för 2009 ändras med dm_{2009} så ändras $P(2007)$ med $-dm_{2009}/6$.

(13) P3. Parametrarna c_1, c_2, c_3 och c_4 i modellen

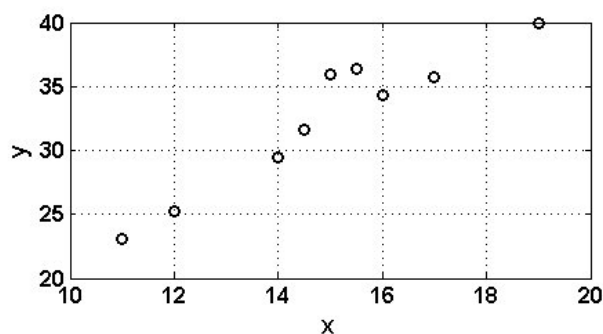
$$y = c_1x + c_2e^{c_3(x-c_4)^2}$$

skall minstakvadrat-anpassas till mätdata, som visas i tabellen och figuren.

a) (4) Ur bredden på puckeln kan man skatta ett värde på c_3 till $c_3 = -3$. Förklara hur de andra parametrarna kan uppskattas från figuren !

b) (8) Antag nu att data finns i Matlab som kolonn-vektorer $\mathbf{x}$ och $\mathbf{y}$, och att värdet på c_1 redan har bestämts och finns i $\mathbf{c1}$. Skriv ett Matlab-program som minstakvadrat-anpassar ett andragradspolynom $a_1x^2 + a_2x + a_3$ till $\ln(y - c_1x)$ och sedan beräknar c_2, c_3 och c_4 från a_i . Programmet skall även plotta den anpassade kurvan $c_1x + c_2e^{c_3(x-c_4)^2}$ och markera de givna mätpunkterna.

x	11	12	14	14.5	15	15.5	16	17	19
y	23.1	25.2	29.5	31.6	35.9	36.4	34.3	35.7	39.9



(15) P4. Betrakta ekvationen

$$f(k) = \int_3^6 \cos(1 + kx^2) dx - k = 0$$

a) Visa, att det finns (minst) ett nollställe i intervallet $(0, 3)$ genom att

(1) beräkna $f(0)$. Använd $\cos 1 \approx 0.6$.

(3) och visa, att $f(3) \leq 0$. Ledning: Integralen kan överskattas med $\cos(1 + kx^2) \leq 1$

b) (3) Tag $k_0 = 0$ som startgissning och gör en Newton-iteration. Vad blir k_1 ? Använd $\sin 1 \approx 0.8$ i räkningen.

c) (8) Nu ska du behandla några viktiga delar (1,2,3) i en algoritm för beräkning av k . Programkod behövs inte. Inför lämpliga beteckningar och 1. beskriv vilka delproblem som behöver lösas och 2. vilka numeriska metoder som är lämpliga. 3. Diskutera hur trunkeringsfelen i metoderna bidrar till felet i det som söks.

Lycka till och gott fortsatt "nummande"!