

**Tentamen i Numeriska Metoder och Grundläggande Programmering  
DN1212 och DN1214**

Måndag 2008-12-01 kl 9–12

**Del 2:** 30 poäng. Inga hjälpmedel.

**Del 2 rättas endast om del 1 är godkänd.**

Svar skall motiveras och uträkningar redovisas. Korrekt svar utan motivering eller med felaktig motivering medför poängavdrag.

Betygsgränser inkl bonuspoäng: 22p D, 35p C, 41p B, 47p A.

**1. Interpolation och integration.**

En strandpromenad ska anläggas, från Osquarsby med koordinater (50,300) i ett lämpligt koordinatsystem, och vidare till utsiktspunkten "Ingenjören" (117,700), kaféet "Kaloririket" (210,185), lekplatsen "Datorsalen" (408,365) och ända fram till badplatsen "Nummestranden" (550,1200).

- (4) **a.** Du ska hjälpa kommunen med promenadplaneringen genom att skriva ett Matlab-program som lägger ett interpolationspolynom av lägsta möjliga grad genom dessa givna punkter. Ditt program ska även generera en plotbild över promenadkurvan (interpolationskurvan), med de givna 5 punkterna markerade.
- (4) **b.** Promenadstigens totala längd önskas. Skriv några Matlabsatser som utför denna beräkning, med en noggrannhetskontroll av resultatet. Eventuella nödvändiga funktionsfiler ska också ges.

**Obs:** om del a. ej lösts så får du förutsätta att det interpolerade polynomet i a-delen redan har bestämts, och representeras av en vektor med polynomets koefficienter.

**Ledning:** Längden av kurvan  $y(x)$  mellan  $x = x_1$  och  $x = x_2$  ges av

$$\int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx$$

- (2) **c.** Kommungränsen beskrivs av den räta linjen  $x = 500$ . Beskriv en algoritm för bestämning av skärningspunkten mellan strandpromenaden och denna gräns.

**Del a,b,c kan lösas oberoende av varann.**

*Vänd!*

**2. Initialvärdesproblem.** Givet differentialekvationsproblemet

$$y'' + 2xy' + y = 0, \quad y(0) = 0.1, \quad y'(0) = C$$

- (2) a. Skriv om differentialekvationen som ett system av första ordningen, och ange även tillhörande initiala villkoren.
- (4) b. Skriv ett Matlab-program som beräknar värdet  $y(10)$  för  $C = 0.2$ . Slutvärdet ska skrivas ut av programmet, samt hela lösningsbanan plottas (intervallet  $0 \leq x \leq 10$ ).  
Eventuella nödvändiga funktionsfiler ska också ges.
- (2) c. Utvidga programmet i del a. (ovan) så att även derivatan  $dy/dx$  plottas mot  $x$ , i samma intervall.
- (2) d. Begynnelsevärdet  $C$  är en uppmätt storhet med osäkerhet  $\pm 0.0005$ . Formulera en algoritm för att skatta osäkerhet i det beräknade resultatet  $y(10)$  pga osäkerhet i  $C$ .

**Del a och d kan lösas, även om du inte löst b eller c.**

**3. Randvärdesproblem.**

Givet är randvärdesproblemet

$$\frac{d^2y}{dx^2} = x \cdot y, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

- a. (5) Inför lämpliga beteckningar och ställ upp en differensapproximation som kan användas för finita differensmetoden.  
Vilken noggrannhetsordning får den numeriska lösningen?
- b. (5) Välj steglängden  $h = 0.2$ . Ställ upp det linjära ekvationssystem som erhålls då finita differensmetoden används. Hur många ekvationer erhålls?  
Har matrisen i detta system någon egenskap som kan utnyttjas för att lösa systemet med färre antal operationer än när vanlig Gauss-elimination används?  
Förklara!  
Obs: Du behöver inte lösa ekvationssystemet.

**God jul och god fortsättning! /Beatrice.**