

Sammanfattning av metoder och koncept

Metod	Användningsområde	Egenskaper	Konvergens, noggrannhetsordning, feluppskattning
Euler framåt $u^{n+1} = u^n + k f(t^n, u^n)$	$\frac{du}{dt} = f(t, u), \quad u(t_0) = u_0$ $\frac{d\bar{u}}{dt} = \bar{f}(t, \bar{u}), \quad \bar{u}(t_0) = \bar{u}_0$	Explicit, icke- energibevarande. Noggrannhetsordning 1	$ u_k^N - u_{k/2}^N \approx Mk, \quad u_k^N \approx u(T)$ <p>T sluttid</p>
Euler bakåt $u^{n+1} = u^n + k f(t^{n+1}, u^{n+1})$	Se ovan.	Implicit, icke- energibevarande. Noggrannhetsordning 1	Samma som ovan.
Trapetsmetoden $u^{n+1} = u^n + \frac{k}{2}(f(t^n, u^n) + f(t^{n+1}, u^{n+1}))$	Se ovan.	Implicit, energibevarande. Noggrannhetsordning 2	$ u_k^N - u_{k/2}^N \approx Mk^2, \quad u_k^N \approx u(T)$
Trapetsregelen $I_k \approx k \sum_{n=0}^N f(x_n) - \frac{k}{2}(f(x_0) + f(x_N))$ $k = \frac{b-a}{N}$	$I = \int_a^b f(x) dx$	Noggrannhetsordning 2	$ I_k - I \leq \frac{1}{12}(b-a) \max_{a \leq x \leq b} f''(x) k^2$

Sammanfattning av metoder och koncept

Metod	Användningsområde	Egenskaper	Konvergens, noggrannhetsordning, feluppskattning
<p>Styckvis interpolation</p> <p>$P_h(x) = u(x_i)$, styckvis konstant</p> <p>$P_h(x) = u(x_i) + \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{x_{i+1} - x_i}(x - x_i)$</p> <p>$x_i \leq x \leq x_{i+1}$</p>			$ P_h(x) - u(x) \leq \max_{x_i \leq x \leq x_{i+1}} u'(x) h$ $ P_h(x) - u(x) \leq \frac{1}{8} \max_{x_i \leq x \leq x_{i+1}} u''(x) h^2 \quad h = x_{i+1} - x_i$
<p>Fixpunktsmetoden</p> <p>$u_{n+1} = g(u_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$</p>	<p>Hitta nollställen till</p> <p>$f(u) = 0$</p> <p>$\bar{f}(\bar{u}) = 0$</p>	<p>Linjär konvergensthastighet</p> <p>$u_{n+1} - u_n \approx L u_n - u_{n-1}$</p>	<p>Konvergerar om</p> <p>$g'(x) < L, \quad L < 1$</p> <p>i närheten av roten</p>
<p>Newtons metod, skalär</p> <p>$u_{n+1} = u_n - \frac{f(u_n)}{f'(u_n)}$</p> <p>$n = 0, 1, 2, \dots$</p>	<p>Hitta nollställen till</p> <p>$f(u) = 0$</p>	<p>Kvadratisk konvergensthastighet</p> <p>$u_{n+1} - u_n \approx K u_n - u_{n-1} ^2$</p>	
<p>Newtons metod, system</p> <p>$\bar{u}_{n+1} = \bar{u}_n - J^{-1}(\bar{u}_n)\bar{f}(\bar{u}_n)$</p> <p>$n = 0, 1, 2, \dots$</p>	<p>Hitta nollställen till</p> <p>$\bar{f}(\bar{u}) = 0$</p>	<p>Som ovan.</p> $J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_N} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial u_1} & \frac{\partial f_N}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial u_N} \end{bmatrix}$	
<p>Jacobis metod</p> <p>$\bar{x} = D^{-1}(-M\bar{x} + \bar{b}) = g(\bar{x})$</p>	<p>Lösning av linjärt ekvationssystem</p> <p>$A\bar{x} = \bar{b}$</p>	<p>Samma konvergenskrav och konvergensthastighet som fixpunkt</p>	