

LABORATION 2 - uppg 4 saknas

Integraler, ekvationer, differentialekvationer

Vid redovisningen ska båda i laborationsgruppen kunna redogöra för teori, algoritmer och resultat! Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt (kurvor utskrivna, numeriska resultat noterade – gärna handskrivna i marginalen på detta papper). Sista dag för bonuspoäng: se hemsidan.

1. Numerisk integration: rotationssymmetrisk lur

Konturen för en rotationssymmetrisk lur definieras av funktionskurvan

$$y(x) = e^{-x/3}/(2 - \cos \pi x), \quad 0 \leq x \leq L.$$

Luren uppstår genom att kurvan roteras kring x -axeln och rotationsvolymen är $V = \pi \int_0^L y^2 dx$. Vi önskar beräkna volymen för en lur med längden $L = 2.5$. Börja med trapetsregeln med några olika steglängder. Följ gärna upp med Richardson-extrapolation. Hur många siffror verkar tillförlitliga? Ange din beräknade volym med felgräns.

Pröva sedan MATLABs `quad` med standardtolerans (gör `help quad`).

En fin tredimensionell lurbild gör man så här: Låt x och f vara kolumnvektorer för konturkurvan $y(x)$. Skapa en radvektor \mathbf{fi} för rotationsvinkeln $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ med lagom steg, t ex $2\pi/30$. Bilda matriser X , Y och Z :

$$\mathbf{X}=\mathbf{x}*\mathbf{ones}(\mathbf{size}(\mathbf{fi})); \mathbf{Y}=\mathbf{f}*\mathbf{cos}(\mathbf{fi}); \mathbf{Z}=\mathbf{f}*\mathbf{sin}(\mathbf{fi});$$

Skriv `mesh(X,Y,Z)` som ger en nätfigur eller `surf(X,Y,Z)` som ger en fylld 3D-figur.

2. Integral med förbehandling. Integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-x^2}}{x^2} dx$$

ska beräknas numeriskt med totalt fel mindre än 10^{-6} . Genomför först en analytisk förbehandling så att det transformerade problemet kan lösas numeriskt.

Ledning: 1) undersök vilket värde integranden får för $x = 0$

2) Gör "svanskapning" för att bestämma vilket ändligt intervall $[0, N]$ som behövs för att bidraget från "svansen" ska bli tillräckligt liten.

Redovisa både integralvärdet och den analytiska förbehandlingen!

Deluppgift 1 och 2 godkända (datum, lärarsign):

3. Differentialekvationer - begynnelsevärdesproblem

Givet är differentialekvationsproblemet

$$y'' + \pi y e^{x/3} (2y' \sin \pi x + \pi y \cos \pi x) - y/9 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1/3.$$

Skriv om differentialekvationen till ett system av första ordningens ODE. Utnyttja MATLABS `ode45` för numerisk lösning fram till $x = 2.5$. Använd en relativ tolerans på 10^{-6} .

Rita upp lösningskurvan och jämför den med lurkonturen i uppgift 1.

Om man utöver det erhållna systemet inför u_3 med egenskapen $du_3/dx = \pi u_1^2$, med $u_3(0) = 0$, så får systemet tre första ordningens differentialekvationer.

Vilken innebörd har den nytillkomna ekvationen, dvs vad svarar u_3 mot? Lös med `ode45` med toleransen ovan och skriv ut det numeriska värdet av u_3 vid $x = 2.5$. Verkar det bekant?

Lös även uppgiften med `ode45`'s inbyggda tolerans 10^{-3} .

4. Differentialekvationer – Randvärdesproblem

Text kommer inom kort!

5. Skärning mellan ellipser, ickelinjärt ekvationssystem

Beräkna alla skärningspunkter mellan den sneda ellipsen som definieras av

$$0.4x^2 + y^2 - xy = 12$$

och den ellips med centrum i $(5, 2)$ och halvaxlarna $a = 4$ och $b = 6$ (parallella med koordinataxlarna) som beskrivs av

$$(x - 5)^2/a^2 + (y - 2)^2/b^2 = 1.$$

Ellipserna ska ritas. (Den sneda ellipsen kan skrivas i polär form inför uppritningen.) De erhållna skärningspunkterna markeras med en ring. Hur är det med egenskapen kvadratisk konvergens i din algoritm? Skriv ut tabell som visar kvadratisk konvergens.

Laboration 2 redovisad och helt klar! Datum:

Godkänd av:

Namn: