

Lördag 19/3 2011, kl 9-12

- (1p) 1. Som resultat av en MATLAB-beräkning har resultatet $x = 1.2362$ erhållits, En övre gräns för trunckeringsfelet uppskattas till $E_t = 4 \cdot 10^{-3}$. Man väljer att avrunda svaret till $x = 1.24$.
Hur många korrekta decimaler har svaret $x = 1.24$?
 1
- (3p) 2. En funktion $y = f(x)$ går genom de tre punkterna (1, 2), (2, 3) och (3, 1). Funktionen approximeras genom styckvis linjär interpolation.
Vad blir y -värdet då $x = 1.5$? 2.5
Vad blir y -värdet då $x = 2.4$? något annat
- (3p) 3. Integralen $\int_0^1 \frac{\cos(\pi x)}{x+1} dx$ approximeras med trapetsvärdet, $T(h)$ för stegen $h = 0.5$, $h = 0.25$ och $h = 0.125$. För de mindre stegen erhålles $T(0.25) = 0.1029$ resp $T(0.125) = 0.0979$
Vad blir trapetsvärdet för $h = 0.5$? (2p) 0.125
Vad blir det extrapolerade värdet från $T(0.25)$ och $T(0.125)$? (1p) 0.0962
- (3p) 4. Roten till en ekvation $f(x) = 0$ beräknas med sekantmetoden och Newton-Raphsons metod.
För sekantmetoden används startvärdena $x_0 = 1$ och $x_1 = 2$ för vilka $f(x_0) = -0.2$ och $f(x_1) = -0.1$. Vad blir nästa iterat x_2 ? (1p) 3.0
För Newton-Raphsons metod används startvärdet $x_0 = 1$ för vilket $f(x_0) = -0.2$ och $f'(x_0) = 0.5$. Vad blir nästa iterat x_1 ? (2p) 1.4
- (2p) 5. Trapetsvärdet $T(h)$ (där h är steglängden) för beräkning av en integral $I = \int_a^b f(x) dx$ har noggrannhetsordningen två. Detta innebär
 Felet $\epsilon(h) = T(h) - I$ är i stort sett proportionellt mot h^2 .
- (3p) 6. En rät linje $y = kx + m$ ska anpassas till (x, y) -punkterna $(-1, 1)$, $(0, 0)$ och $(1, 2)$ i minsta kvadratmetodens mening.
Vad blir k och m ? (2p) $k = 0.5, m = 1$
Vad blir residualvektorn? (1p) $(0.5, -1, 0.5)^T$
- (2p) 7. Man vill lösa ett randvärdesproblem $u''(x) = f(x), u(0) = 1, u(1) = 0, 0 \leq x \leq 1$ genom att använda FDM (finita differensmetoden) med centraldifferens och steget $h = 0.1$. Om randvillkoren sätts in i de ekvationer som erhålles då FDM tillämpas erhålles ett linjärt ekvationssystem $Au = b$.
Vilken dimension har matrisen A ? 9×9
Vilken struktur har matrisen A ? tridiagonal
- (3p) 8. Differentialekvationen $\frac{d^3y}{dx^3} = (\frac{dy}{dx})^2 + y^2 + x - 5$
skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.
 n blir .. (2p) 3
Om Eulers eller Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1p) 3