

**Tentamen i Numeriska metoder för DN1212, DN1214, DN1215, DN1240, DN1241, DN1243**  
**Lördag 19/3 2011, kl 9-12**

**DEL 1** Inga hjälpmedel. Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Ange dina giltiga bonuspoäng från vt-09 (senare hälften) ht-09 eller vt-10, och den kursomgång (linje, termin) där poängen erhållits

- (1p) 1. Som resultat av en MATLAB-beräkning har resultatet  $x = 1.2362$  erhållits, En övre gräns för trunckeringsfelet uppskattas till  $E_t = 4 \cdot 10^{-3}$ . Man väljer att avrunda svaret till  $x = 1.24$ .

Hur många korrekta decimaler har svaret  $x = 1.24$ ?

- 1  
 2  
 3  
 4

- (3p) 2. En funktion  $y = f(x)$  går genom de tre punkterna (1, 2), (2, 3) och (3, 1). Funktionen approximeras genom styckvis linjär interpolation.

Vad blir  $y$ -värdet då  $x = 1.5$ ?

Vad blir  $y$ -värdet då  $x = 2.4$ ?

- 1.2  
 2.0  
 2.5  
 2.8  
 något annat

- 2.0  
 2.4  
 1.8  
 1.6  
 något annat

- (3p) 3. Integralen  $\int_0^1 \frac{\cos(\pi x)}{x+1} dx$  approximeras med trapetsvärdet,  $T(h)$  för stegen  $h = 0.5$ ,  $h = 0.25$  och  $h = 0.125$ . För de mindre stegen erhålles  $T(0.25) = 0.1029$  resp  $T(0.125) = 0.0979$

Vad blir trapetsvärdet för  $h = 0.5$ ? (2p)

Vad blir det extrapolerade värdet från  $T(0.25)$  och  $T(0.125)$ ? (1p)

- 0.125  
 0.250  
 0.375  
 0.500

- 0.0979  
 0.0929  
 0.0996  
 0.0962

- (3p) 4. Roten till en ekvation  $f(x) = 0$  beräknas med sekantmetoden och Newton-Raphsons metod.

För sekantmetoden används startvärdena  $x_0 = 1$  och  $x_1 = 2$  för vilka  $f(x_0) = -0.2$  och  $f(x_1) = -0.1$ . Vad blir nästa iterat  $x_2$ ? (1p)

För Newton-Raphsons metod används startvärdet  $x_0 = 1$  för vilket  $f(x_0) = -0.2$  och  $f'(x_0) = 0.5$ . Vad blir nästa iterat  $x_1$ ? (2p)

- 1.0  
 2.9  
 3.0  
 3.4

- 1.4  
 0.6  
 3.5  
 3.0

- (2p) 5. Trapetsvärdet  $T(h)$  (där  $h$  är steglängden) för beräkning av en integral  $I = \int_a^b f(x)dx$  har noggrannhetsordningen två. Detta innebär

- Integralen kan skrivas om som en andra ordningens differentialekvation  
 Felet  $\epsilon(h) = T(h) - I$  är i stort sett proportionellt mot  $h^2$ .  
 Resultatet av beräkningen blir ett polynom av andra graden.  
 Felet avtar med en faktor två då steglängden halveras.

- (3p) 6. En rät linje  $y = kx + m$  ska anpassas till  $(x, y)$ -punkterna  $(-1, 1)$ ,  $(0, 0)$  och  $(1, 2)$  i minsta kvadratmetodens mening.

Vad blir  $k$  och  $m$ ? (2p)

- $k = 0.5, m = 1$   
  $k = 0.5, m = 0$   
  $k = 1, m = 0.5$   
  $k = 0, m = 0.5$

Vad blir residualvektorn? (1p)

- $(0.5, -1, 0.5)^T$   
  $(1, 0, -1)^T$   
  $(1, -1)^T$   
  $(1.5, -0.5, 0.5)^T$

- (2p) 7. Man vill lösa ett randvärdesproblem  $u''(x) = f(x)$ ,  $u(0) = 1$ ,  $u(1) = 0$ ,  $0 \leq x \leq 1$  genom att använda FDM (finita differensmetoden) med centraldifferens och steget  $h = 0.1$ . Om randvillkoren sätts in i de ekvationer som erhålles då FDM tillämpas erhålles ett linjärt ekvationssystem  $Au = b$ .

Vilken dimension har matrisen  $A$ ?

- $12 \times 12$   
  $10 \times 9$   
  $9 \times 9$   
  $8 \times 8$

Vilken struktur har matrisen  $A$ ?

- diagonal  
 tridiagonal  
 triangulär  
 fylld

8. Differentialekvationen

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 + x - 5$$

- (3p) skrivs om som ett system av  $n$  st första ordningens differentialekvationer.

$n$  blir .. (2p)

- 2  
 3  
 4  
 5  
 det är omöjligt att säga.

Om Eulers eller Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1p)

- 2  
 3  
 4  
 5  
 det är omöjligt att säga.