

Tentamen i Numeriska metoder för DN1212, DN1214, DN1215, DN1240, DN1241, DN1243
Lördag 22/10 2011, kl 9-12

DEL 1 Inga hjälpmedel. Betygsgräns (inkl bonuspoäng) för betyg E: 14p. Ange dina giltiga bonuspoäng från ht-11 eller vt-11 och den kursomgång (linje, termin) där poängen erhållits:

Antal bonuspoäng : Kursomgång :

- (3p) 1. En funktion $y = f(x)$ går genom de tre (x, y) punkterna $(1, 2)$, $(2, 3)$ och $(4, 2)$. Funktionen approximeras genom kvadratisk interpolation.

Vad blir y -värdet då $x = 2$? (1p)

- 1
 2
 3
 något annat

Vad blir y -värdet då $x = 0$? (2p)

- 1
 0
 1
 något annat

- (2p) 2. Integralen $\int_0^1 (1 + 8x^3) dx$ approximeras med trapetsvärdet med steget h .

Vad blir trapetsvärdet då $h = 1$? (1p)

- 3.25
 4.5
 9
 något annat

Vad blir trapetsvärdet då $h = 0.5$? (1p)

- 3.25
 4.5
 9
 något annat

- (1p) 3. Som resultat av en MATLAB-beräkning har resultatet $x = 11.4277$ erhållits. En övre gräns för trunckeringsfelet uppskattas till $E_t = 0.5 \cdot 10^{-2}$. Man väljer att avrunda svaret till $x = 11.43$. Hur många korrekta (signifikanta) siffror har svaret $x = 11.43$?

- 1 3
 2 4

- (2p) 4. Givet ekvationssystemet $x_1^3 - 3x_2^2 = 2.2$ $x_1 + 2x_2^3 = 3.1$

Ett av Jacobianmatrisens element är 1. Vilket? (1p)

- $(1, 2)$
 $(2, 1)$
 $(1, 3)$
 $(2, 2)$

En bra startgissning till systemet ges av (1p)

- $x_1 = 2, x_2 = -1$
 $x_1 = 2, x_2 = 1$
 $x_1 = 2, x_2 = 0$
 $x_1 = 1, x_2 = 1$

- (2p) 5. Approximationen $\frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$ till $f'(x)$ är av andra ordningen. Det innebär

- trunckeringsfelet $E_T \approx ch^2$ steget h är proportionellt mot E_T^2
 antalet korrekta decimaler fördubblas då h halveras noggrannheten beror på $f''(x)$

6. Vid beräkning av en integral med trapetsregeln ger extrapolation noggrannare värden. (3p)
Vad blir formeln för det extrapolerade trapetsvärdet

a) då $T(h)$ och $T(h/2)$ har beräknats?
(2p)

$T(h) + (T(h) - T(h/2))/3$

$T(h) + (T(h/2) - T(h))/3$

$T(h/2) + (T(h) - T(h/2))/3$

$T(h/2) + (T(h/2) - T(h))/3$

b) då $T(h)$ och $T(h/4)$ har beräknats?
(1p)

$T(h) + (T(h) - T(h/4))/16$

$T(h/4) + (T(h/4) - T(h))/16$

$T(h/4) + (T(h/4) - T(h))/15$

$T(h) + (T(h/4) - T(h))/15$

7. För en differentialekvation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ vet man att en lösningskurva går genom punkten (2p)
 $x = a, y = b$ med lutningen k i denna punkt.

Antag att $a = 1, b = 2, k = 0.6$. Vad blir $y(1.5)$ om Eulers metod med steget $h = 0.5$ används? (1p)

2.6

2.35

2.3

3.3

Antag att b och k ej kan anges exakt utan har osäkerheter: $b = 2 \pm 0.2$ och $k = 0.6 \pm 0.1$. Vad blir felgränsen E_y i värdet $y(1.5)$ på grund av osäkerheterna i b och k under förutsättning att Eulers metod, steget $h = 0.5$ har använts för att beräkna $y(1.5)$? (1p)

$E_y = 0.3$

$E_y = 0.2$

$E_y = 0.25$

$E_y = 0.1$

8. Man vill lösa ett randvärdesproblem $y''(x) = f(x), y(0) = 1, y(2) = 0, 0 \leq x \leq 2$ genom att använda FDM (finita differensmetoden) med centraldifferens och steget $h = 0.1$. Om randvillkoren sätts in i de ekvationer som erhålles då FDM tillämpas erhålles ett linjärt ekvationssystem $Au = b$. (2p)

Vilken struktur har matrisen A ? (1p)

diagonal

tridiagonal

triangulär

fylld

Vilken dimension har matrisen A ? (1p)

19×19

20×20

21×21

21×19

9. Differentialekvationen

$$y''' + 0.5yy'' + (y')^2 = \sin(x), \quad 0 \leq x \leq 5$$

(3p) skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

n blir .. (1.5p)

2

3

4

5

det är omöjligt att säga.

Om Eulers eller Runge-Kuttas metod används, hur många begynnelsevärden krävs? (1.5p)

2

3

4

5

det är omöjligt att säga.