

LABORATION 1

Var väl förberedda så att varje delredovisning går snabbt och smidigt. Båda i labbgruppen ska vara beredda att redogöra för teori, algoritmer och resultat.
Sista dag för bonuspoäng är 25 september.

0. MÖ-uppgifterna

Arbeta igenom så många som möjligt av MÖ-uppgifterna, missa inte MÖ16.
Om du tycker att det tar för lång tid, kan du hoppa över några nu. Men gör de resterande MÖ-uppgifterna senare, det lönar sig!

1. Stjärnprydd kaustika

Kaustikakurvan i MÖ16 bestäms av det trigonometriska uttrycket

$$x = \cos^3 \varphi, \quad y = 1.5 \sin \varphi - \sin^3 \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/2.$$

Precis där y -värdet är 0.64 ska en stjärna placeras på kaustikakurvan. Det är ett ekvationslösningsproblem som du ska lösa med Newton-Raphsons metod.
Redovisa din matlabkod och en bild med den stjärnförsedda kaustikafiguren.

Uppgift 1 godkänd (datum, lärarsign):

2. Dagens längd i Stockholm

a) Tabellen anger dagslängden under sommarhalvåret. Plotta de sex punkterna och anpassa ett andragradspolynom till punkterna med minstakvadratmetoden.

Månad:	1 april	1 maj	1 juni	1 juli	1 aug	1 sep
Dagnr :	91	121	152	182	213	244
Solen uppe:	13.2	15.8	18.0	18.4	16.6	14.1

Rita polynomkurvan från dag 80 (vårdagjämningen 21 mars) till dag 265 (höstdagjämningen 21 september).

b) Tabellen kompletteras med vinterhalvårets värden:

Månad:	1 jan	1 feb	1 mars	1 okt	1 nov	1 dec
Dagnr :	1	32	60	274	305	335
Solen uppe:	6.1	8.0	10.4	11.4	8.7	6.6

Markera de tolv punkterna i en figur. Ett trigonometriskt uttryck med perioden $T = 365$ (antal dagar under året) bör kunna ge god anpassning:

$$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t, \quad \text{där } \omega = 2\pi/T.$$

Undersök detta och rita kurvresultatet (dagligen från nyårsdagen till dag 365) tillsammans med givna data.

Rita också residualvektorns tolv komponenter mot de tolv givna dagnumren. Beräkna felkvadratsumman samt dagens längd på nationaldagen den 6 juni enligt denna modell.

c) Residualvektorn visar periodiska egenskaper och det innebär att modellen bör kunna förbättras till:

$F(t) = c_1 + c_2 \cos \omega t + c_3 \sin \omega t + c_4 \cos k\omega t + c_5 \sin k\omega t$, där k är ett litet heltal. Om du inte av residualbilden inser vilket det är, kan du pröva dig fram experimentellt. Rita även nu kurvresultat och residual enligt ovan. Felkvadratsumman och nationaldagssoltiden ska anges!

Uppgift 2 godkänd (datum, lärarsign):

3. Unika interpolationskurvor

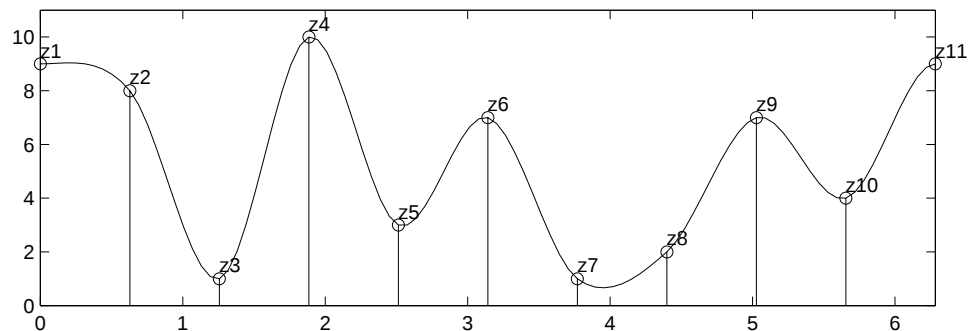
Låt de tio siffrorna i ditt personnummer adderade med ett utgöra tio höjdvärden (stolpar) $z_1, z_2, \dots, z_{10}$. Inför en elfte stolpe med $z_{11} = z_1$ (z -vektorn med sina elva komponenter kan t ex se ut så här: $z = [8 \ 7 \ 0 \ 9 \ 2 \ 6 \ 0 \ 1 \ 6 \ 3 \ 8] + 1$).

Låt stolparna finnas vid x -värdena $0, 2\pi/10, 4\pi/10, \dots, 2\pi$.

Med `stem(x,z)` erhålls en figur med de elva stolparna.

a) Lagg ett interpolationspolynom genom alla punkterna (x_i, z_i) , $i = 1, \dots, 11$, och rita kurvan med fint steg i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$. Eftersom personnumret är unikt blir din polynomkurva mycket personlig. Svänger den kraftigt — vad kallas fenomenet — eller är du en lugnare natur?

b) Hermiteinterpolation med fuskspines är ofta en bättre modell. Låt kurvans start- och slutlutning vara noll. Beräkna och rita upp den snällt buktande fuskspinekurvan som går mellan alla stolparna.



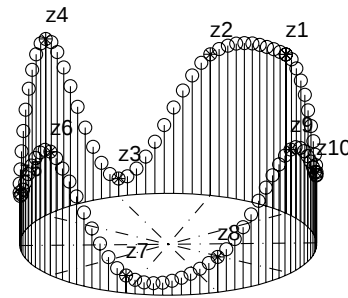
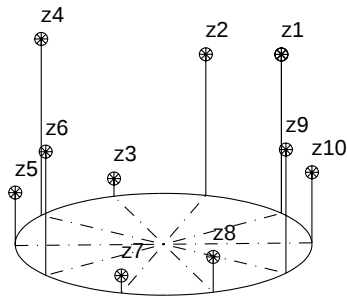
c) *Berg- och dalbana runt enhetscirkeln.*

Skriv ut din bild med fuskspinekurvan och klipp ut den. Rulla papperet till en cylinder så att elfte stolpen sammanfaller med första stolpen. Då blir cylinderns omkrets 2π och det kommer att vara vinkeln $2\pi/10$ mellan stolparna.

När detta ska åskådliggöras i Matlab är det lämpligt med namnbyte på x -vektorn från x till v (som i vinkel). Matlabkoden för en 3D-figur med stolpar runt cirkelperiferin blir `stem3(cos(v), sin(v), z)`

Utnyttja resultaten från din interpolerande fuskspinekurva för att åstadkomma en berg- och dalbana enligt högra figuren.

Namn:



Extrauppgift: När fuksplinekurvan bildar en sluten kurva såsom nu är fallet är det naturligt att ha samma slags lutningsvillkor vid z_1 som vid de andra stolparna. Vad behöver modifieras i koden för att fixa det?

Uppgift 3 godkänd (datum, lärarsign):

4. Kaustikan approximerad av bézierkurva

Nu gäller det kaustikan igen och vi vill approximera kaustikakurvan med en kubisk bézierkurva som börjar i punkten $(1, 0)$ och slutar i punkten $(0, 0.5)$. Styrpunkterna placeras vid $\mathbf{b} = (1.0, y_b)$ och $\mathbf{c} = (0.12, y_c)$ där y_b och y_c ligger mellan 0.5 och 1. Prova dig fram till lämpliga värden för y_b och y_c (två decimaler räcker) så att approximationen blir bra.

Gör gärna en bézierkurvemun på kaustikagubben och cirklar som ögon.

Uppgift 4 godkänd (datum, lärarsign):

5. Bézierfigur med kalligrafieffekt

Konstruera ett hjärta (helst lite osymmetriskt) eller din sektionsbokstav (δ , ε) eller en delfin, fjäril, ... (fritt fram för fantasifulla former) med hjälp av några kvadratiska eller kubiska bézierkurvor.

Gör först för hand en skiss av din önskade figur och markera lämpliga interpolationspunkter — några placeras t ex där kurvan lutar vertikalt eller horisontellt. Skriv ett program och modellera fram en formskön bézierkurvefigur. Lagra alla beräknade x - och y -värden i varsin vektor, säg $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$.

Kalligrafieffekt får man genom att förskjuta hela kurvan en aning snett uppåt (med pyttelitet d -värde) och rita om den många gånger (tjugo eller kanske fler) enligt: `for k=1:20, plot(X+k*d, Y+k*d), end`

Uppgift 5 godkänd (datum, lärarsign):

Tänk efter hur många timmar ungefär som laboration 1 har tagit.

Laboration 1 redovisad och helt klar!

Datum:

Godkänd av

