

## Numeriska metoder gk3

### Uppgifter av mer teoretisk karaktär för betyg A

För betygsgrad A i kursen DN1241 ingår ett individuellt moment som kan utgöras av en stjärnmärkt lab3A/lab3B eller en av följande fem uppgifter  
Gerd kan bidra med kopior ur Sauer, Moler, Heath och kompendiet i tillämpade numeriska metoder.

#### 1. Gausskvadratur och Gauss-Kronrods metod

Läs NAM avsnitt 5.3, 5.4 och 5.7, besvara teorifråga 33 och lös exempelsamlingens ex 3.16 utvidgad så att även åttapunktsformelns noder och vikter löses.

Testa åttapunktsformeln på någon knepig integral som du själv föreslår. Pröva även g7k15 på samma integralproblem.

Läs också om "Gaussian Quadrature" i Wikipedia på nätet.

#### 2. Fixpunktsiteration och iterativa metoder på linjära ekvationssystem

Läs NAM avsnitt 6.6 och 6.7 och studera exempelsamlingens ex 2.15, 2.16, 3.6, 3.7. Läs också Sauer avsnitt 1.2 och 2.5.

#### 3. Fiffiga algoritmer för speciella linjära ekvationssystem

Asplund: Läs NAM 1.6.2 och studera exempelsamlingens ex 3.5c.

Sherman-Morrison 1 (SM1): Läs Kompendiet i tillämpade numeriska metoder, avsnitt 3.2. Lös exemplet i NAM sidan 78 med SM1.

Sherman-Morrison 2 (SM2): Läs Heath avsnitt 2.4.9. Hur kan NAM-exemplet ovan skrivas så att lösning kan göras med SM2?.

#### 4. Potensmetoden och andra egenvärdesalgoritmer

Studera Kompendiet i tillämpade numeriska metoder kapitel 4.

Läs Moler avsnitt 2.11 om Googles PageRank och gör övning 2.25<sup>1</sup>, utöka med några satser som beräknar egenvektorn med potensmetoden.

#### 5. Diskret cosinustransformation DCT för bildkompression

Läs Sauer kapitel 11 om DCT med tillämpningar.

Givet är en vektor med 8 komponenter:  $\mathbf{x} = 100 * [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]'$ . Utför DCT (enligt Sauer sid 504) på vektorn. Bilda därefter yapp genom att sätta de fyra sista DCT-komponenterna till noll (DCT-lågpassfilter). Hur väl approximeras  $\mathbf{x}$ -vektorn nu, alltså vad blir  $\mathbf{xapp} = \mathbf{C}' * \mathbf{yapp}$ ? (Avrunda till heltal.)

Studera 2D-komprimering med DCT på en  $8 \times 8$ -matris dels med lågpassfilter dels med linjär kvantisering. Därefter gäller det komprimering av en  $16 \times 16$ -bildmatris; förstå och förklara algoritmen i matlabkoden<sup>2</sup>.

*Frivilligt:* Snygga till koden och utvidga till större bildmatriser (se till att antalet rader och kolumner blir jämnt delbara med 8). Pröva DCT-komprimering på någon egen bild.

---

<sup>1</sup>Matlabfil tillhandahålls av Gerd.

<sup>2</sup>Kontakta Gerd för att få matlabfilerna.