

# Elektroakustik

2003-09-02 10.13

**Något lite om analogier**

Svante Granqvist 2002



## Något lite om analogier

När man räknar på mekaniska system behöver man ofta lösa differentialekvationer och dessutom tänka både en och två gånger innan man förstår hur de ska ställas upp. Som elektriker har vi fått lära oss ett och annat om hur man löser kretstekniska problem och det visar sig att vi kan dra stor nytta av den kunskapen när det gäller att lösa mekaniska problem. Den första insikten man behöver komma till är att matematiken för mekaniska och elektriska system är väldigt likartad, fig 1.

	Elektrisk	Mekanisk
Resistivt element	Motstånd, resistor $U = I \cdot R$ Motstånd ,resistans R [ $\Omega$ ], [V/A]	Dämpare $F = V \cdot R$ Resistans, dämpning R [Ns/m], [kg s]
Induktivt element	Spole, induktor $U = \frac{dI}{dt} \cdot L$ $U = I \cdot sL$ Induktans L [H], [Vs/A]	Massa $F = \frac{dV}{dt} \cdot M$ $F = V \cdot sM$ Massa M [Ns <sup>2</sup> /m], [kg]
Kapacitivt element	Kondensator $U = \int Idt \cdot C$ $U = I \cdot \frac{1}{sC}$ Kapacitans C [F], [V/As]	Fjäder $F = \int Vdt \cdot C$ $F = V \cdot \frac{1}{sC}$ Fjädring C [m/N], [s <sup>2</sup> /kg ]
Flödes-generator	Strömgenerator Ström, I [A]	Hastighetsgenerator Hastighet V [m/s]
Potential-generator	Spänningsgenerator Spänning U [V]	Kraftgenerator Kraft F [N], [kg m/s <sup>2</sup> ]

Sett ur elektrikerns perspektiv är det då påfallande hur lika de mekaniska ekvationerna är de elektriska. Vi kan se att kraften F motsvarar spänningen U, hastigheten V motsvarar strömmen I. Den mekaniska resistansen R motsvarar den elektriska resistansen R. Mekanisk massa motsvarar elektrisk induktans och mekanisk fjädring motsvarar elektrisk kapacitans. Det råder mao symmetri mellan den mekaniska och den elektriska världen.

Eftersom ekvationerna i den mekaniska och elektriska världarna är så lika är det föga förvånande att det går att rita ett elektriskt schema som motsvarar ett mekaniskt system. Ett sådant kallas för ett analogischema och är gjort med en mekanisk-elektrisk analogi. Analogischemat är ett kraftfullt verktyg som dock har en viss inlärningströskel. Det stora kruxet brukar vara hur man ska ställa upp schemat utifrån en given mekanisk anordning.

Följande gäller för de olika mekaniska komponenterna:

### **Massa:**

Kraften som verkar på massan motsvarar spänningen som ligger över densamma. Hastigheten som massan förflyttas med, motsvarar strömen som flyter genom spolen. Kraften är proportionell mot hastighetens tidsderivata (=accelerationen).

### **Fjädring:**

Kraften som verkar på fjädern, som ju är lika i fjäderns båda ändar, motsvaras av spänningen som ligger över kondensatorn. Ihoptryckningshastigheten (eller möjligen isärdragningshastigheten) hos fjädern motsvarar strömmen som går genom kondensatorn. Observera att de två "ändarna" på fjädern inte motsvarar de två anslutningarna på kondensatorn. Kraften är proportionell mot tidsintegralen av hastigheten, (=sträckan).

### **Dämpare:**

Kraften som verkar på den mekaniska resistansen motsvaras av spänningen som ligger över den elektriska resistorn. Ihoptryckningshastigheten (eller möjligen isärdragningshastigheten) hos den mekaniska resistansen motsvarar strömmen som går genom den elektriska resistorn. Inte heller för den mekaniska resistansen motsvarar de två "ändarna" de två anslutningarna i den elektriska världen. Kraften är proportionell mot hastigheten.

### **Kraftgenerator:**

Kraften som genereras motsvarar en spänning. Analogt med den ideala spänningsgeneratoren genereras denna kraft oavsett vilken hastighet det ger upphov till. Hastigheten är hastigheten i den punkt som kraften anbringas i.

### **Hastighetsgenerator:**

Hastigheten som genereras motsvarar en ström. Analogt med den ideala strömgeneratoren genereras denna hastighet oavsett vilken kraft det ger upphov till. Punkten där hastigheten anbringas tvingas röra sig med denna hastighet.

Massan och de två generatorerna har alltså sin hastighet och kraft i en fysisk punkt, medan fjäderns och dämparens kraft finns i båda deras ändar, och deras hastighet är skillnaden i hastighet mellan deras ändar. Ändarna motsvarar *inte* anslutningarna på de elektriska komponenterna.

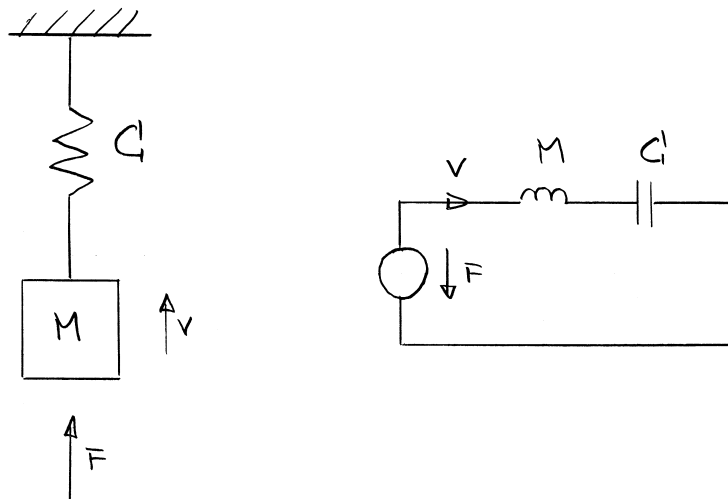
Värt att notera är att den mekaniska fjädringen  $C$  mäts i  $m/N$  och alltså är inversen till det som brukar kallas fjädringskonstant och mäts i  $N/m$ , samt att den mekaniska resistansen motsvarar viskös friktion, inte torrfraktion. Torrfraktion skulle närmast motsvara två polvända zenerdioder, kopplade i serie. Under en viss kraft(spänning) blir det ingen hastighet(ström), men över samma kraft(spänning) blir hastigheten(strömmen) stor. Jämförelsen stämmer inte i detalj, eftersom kraften vid torrfraktion minskar vid ökad hastighet, över knät.

För att sätta upp ett schema gäller det att hitta saker som rör sig lika fort och sätta dem i serie, så att de i schemat genomflyts av samma hastighet, och att hitta saker som utsätts för samma kraft och sätta dem i parallell.

## Exempel 1

En massa hänger i en fjäder och en kraft anbringas på massan i vertikalled. Eftersom fjäderns ihoptryckningshastighet är densamma som massans hastighet måste deras motsvarigheter kopplas i serie. Kraftgenerators kopplas på hela denna serieimpedans eftersom den "känner" summan av impedanserna från båda komponenterna. Den pålagda kraften blir ju summan av kraften som verkar på fjädern och tröghetskraften från massan.

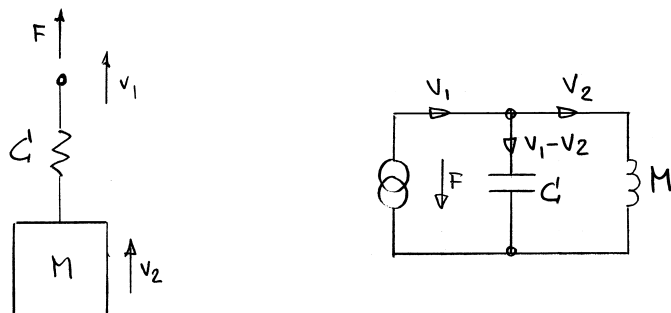
Impedansen som kraftgenerators "ser" blir väldigt liten vid resonansfrekvensen, dvs det krävs väldigt lite kraft för att uppnå en stor hastighet. Krafterna som verkar på massan resp. fjädern var för sig blir stora (och i motfas) trots att hastighetsgenerators kraft är liten.



## Exempel 2

En massa hänger i en fjäder, men nu verkar en tvingas upphängningen att röra sig med en given hastighet i stället. Nu kommer fjäderns ihoptryckningshastighet att vara olik massans hastighet, alltså är det inte frågan om en seriekoppling längre. Däremot utsätts massan och fjädern för samma kraft, som alltså ska de sitta i parallell.

Impedansen som hastighetsgenerators "ser" blir väldigt stor vid resonansfrekvensen, dvs väldigt lite hastighet ut från hastighetsgenerators ger upphov till en stor kraft. Hastigheterna genom massan resp fjädern blir dock stora (och i motfas), trots att hastighetsgenerators hastighet är liten.

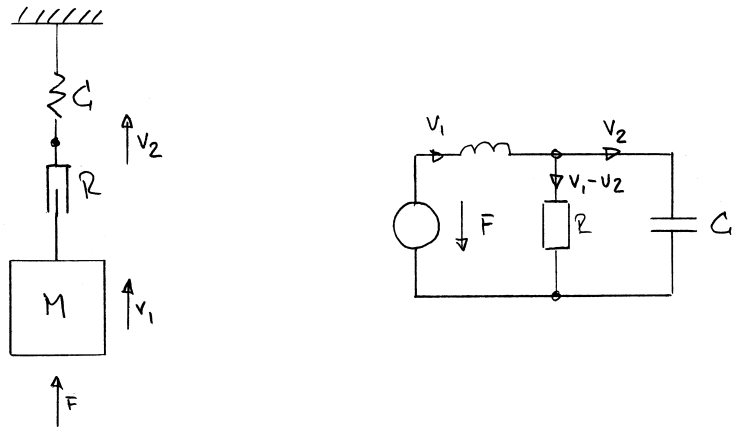


Vän av ordning undrar nu vad som händer om man sätter fart på anordningarna i exempel 1 och 2 och stänger av generatorerna, då blir ju systemen lika och borde uppföra sig på samma sätt, hur är det möjligt när den ena var en parallellkoppling och den andra var en seriekoppling?

Svaret är att en avstängd kraftgenerator (ingen mer kraft läggs till) i exempel 1 motsvarar en kortslutning. En avstängd strömgenerator (punkten hålls still) i exempel 2 motsvarar ett avbrott. De två resulterande schemorna blir då identiska, precis som sig bör.

### Exempel 3

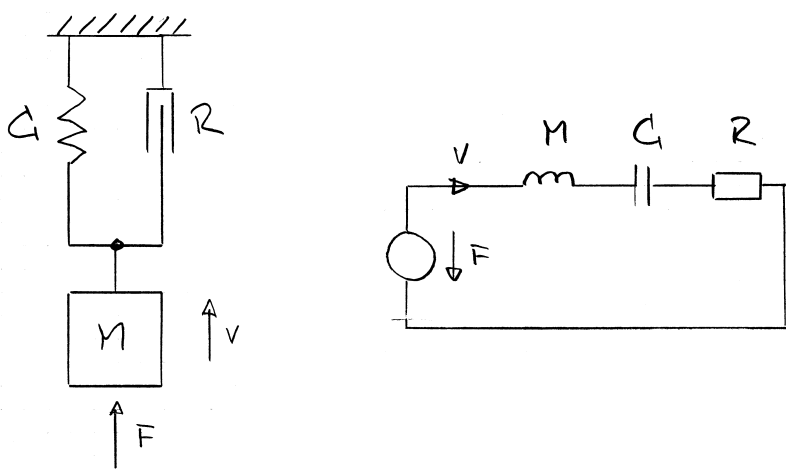
En massa hänger i en dämpare som i sin tur hänger i en fjäder. En kraft anbringas på massan. Eftersom samma kraft verkar på fjädern och dämparen måste de sitta i parallell. Summan av fjäderns och dämparens ihoptryckningshastigheter är massans hastighet, och därför kopplas massan i serie med fjäder/dämpar-kretsen. Kraftgeneratoren har samma hastighet som massan, alltså sitter den i serie med massan. Summan av hastigheterna genom dämpare och fjäder är hastigheten för massan och även hastigheten för generatoren.



Värt att notera är att denna uppgift endast fungerar utan gravitation. Funnes det gravitation skulle det ge en kraft på massan, som skulle fortplanta sig till dämparen som skulle få en konstant isärdragningshastighet och mycket snart skulle bottsna. Detta får illustrera att vi som regel ignorerar inverkan av gravitationen, men i de fall man vill ha med den kan man lägga till en lämplig lik-kraft på varje massa.

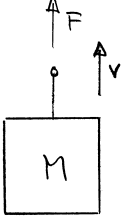
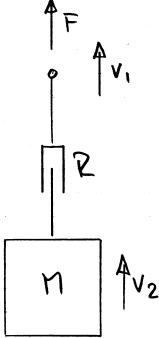
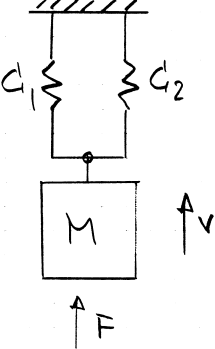
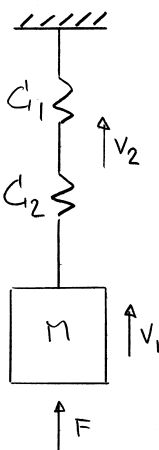
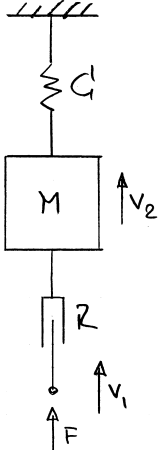
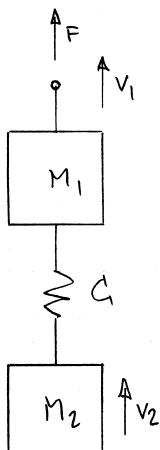
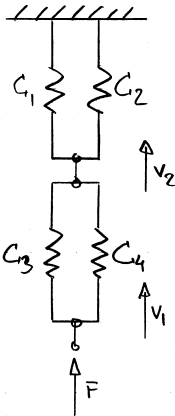
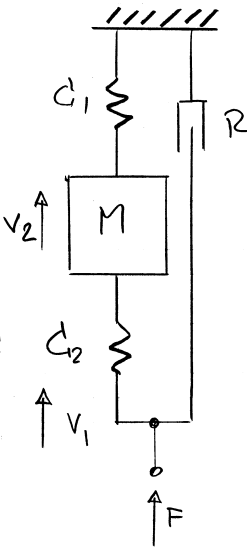
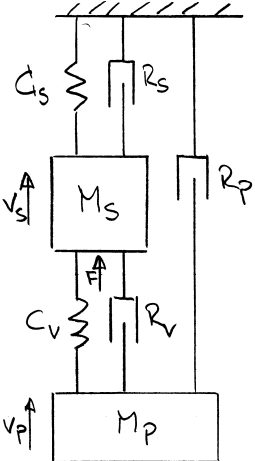
### Exempel 4

En fjäder och en dämpare som sitter bredvid varandra och i dessa hänger en massa. Alla komponenterna får samma hastighet, eftersom både dämpare och fjäder trycks ihop med massans hastighet.

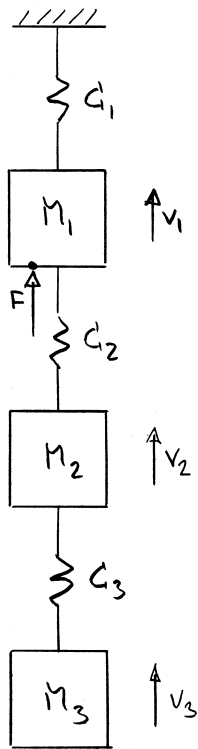


## Övningsexempel:

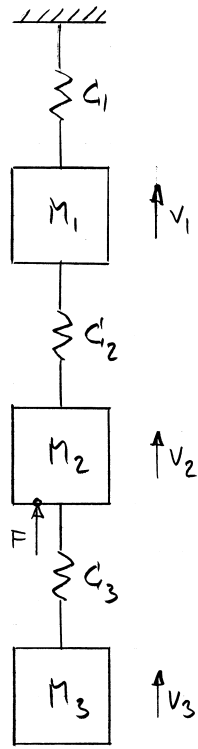
På de följande sidorna visas ett antal mekaniska anordningar som man kan rita motsvarande elektriska analoga schemor för. Gör det!

<p>ÖE1</p> 	<p>ÖE2</p> 	<p>ÖE3</p> 
<p>ÖE4</p> 	<p>ÖE5</p> 	<p>ÖE6</p> 
<p>ÖE7</p> 	<p>ÖE8</p> 	<p>ÖE9</p> 

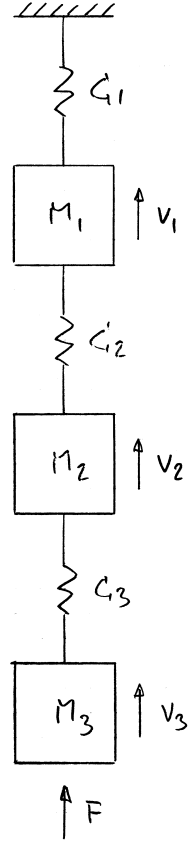
ÖE10



ÖE11

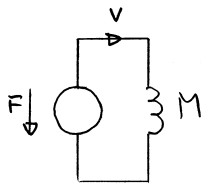
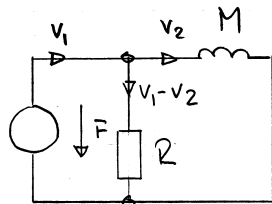
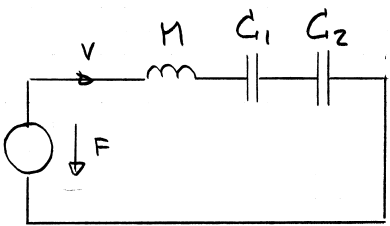
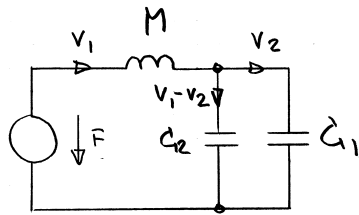
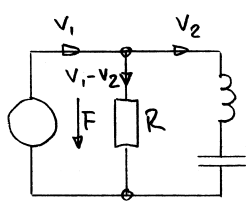
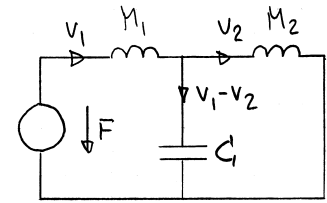
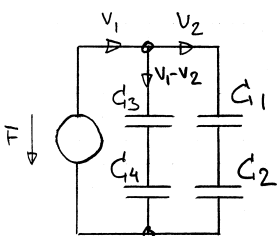
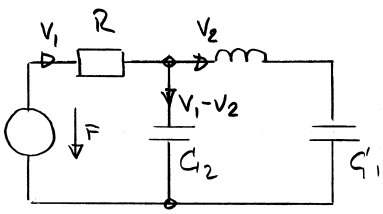
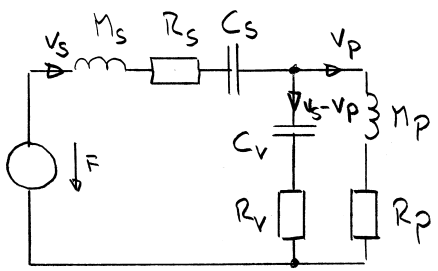
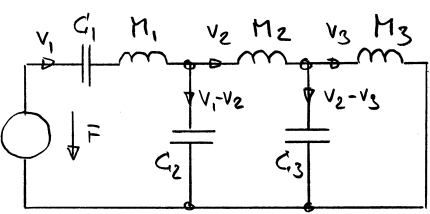


ÖE12

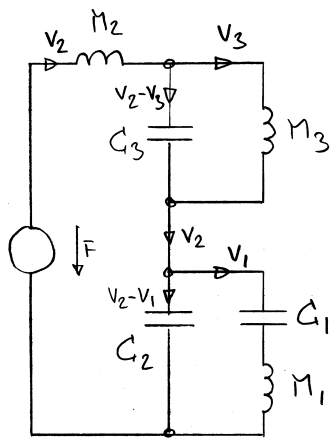




Svar:

<p>ÖE1</p> 	<p>ÖE2</p> 
<p>ÖE3</p> 	<p>ÖE4</p> 
<p>ÖE5</p> 	<p>ÖE6</p> 
<p>ÖE7</p> 	<p>ÖE8</p> 
<p>ÖE9</p> 	<p>ÖE10</p> 

ÖE11



ÖE12

