



**KTH Computer Science
and Communication**

Multiscale Methods for Wave Propagation Problems

HENRIK HOLST

Doctoral Thesis
Stockholm, Sweden 2011

Akademisk avhandling som med tillstånd av Kungl Tekniska högskolan framlägges till offentlig granskning för avläggande av teknologi doktor i ämnet numerisk analys fredagen den nionde december 2011 klockan 10:00 i E3, KTH Campus, Lindstedtsvägen 3, Stockholm.

TRITA CSC-A 2011:16 • ISSN 1653-5723 • ISRN KTH/CSC/A-11/16-SE • ISBN 978-91-7501-176-9

Simulering av högfrekventa vågor i heterogena material är viktigt i många tillämpningar, till exempel seismologi, elektromagnetism, akustik och strömningsmekanik. Dessa tillämpningar är exempel på klassiska multiskalproblem och har typiskt en för hög beräkningskostnad, i form av datortid och minne, för en direkt numerisk simulering. De minsta skalorna i problemet måste vara upplösta över ett område som representeras av dom största skalorna och detta innebär en hög beräkningskostnad. Vi har utvecklat och analyserat numeriska metoder för vågekvationer med snabbt oscillerande lösningar u^ε där ε representerar storleken på den minsta skalan. Metoderna är baserade på ramverket *heterogena multiskalmetoden* (HMM). I dessa metoder approximeras den hastigt oscillerande mikroskalan med små lokala mikroproblem av storleksordning ε i tids- och rumsriktning. Lösningen till mikroproblemen är kopplade till en global modell på makroskalan i divergensform $u_{tt} = \nabla \cdot F$, där flödet F ges av mikroproblemen. De hastiga oscillationerna kan härröras från snabba variationer i hastighetsfältet, begynnelsevillkor eller randvillkor. Vi har utvecklat algoritmer som kopplar mikro- och makroskalor i bägge fallen. Valet av makroskalvariabler inspireras av de analytiska metoderna homogenisering och geometrisk optik. I det första fallet används lokala medelvärden $u \approx u^\varepsilon$ på makroskalinivån. I det andra fallet är fas ϕ och energi bra val av makroskalvariabler. Det finns två huvudmål med vår forskning. Ett mål är att utveckla och analysera algoritmer för simulering av vågproblem med multipla skalor med låg beräkningskostnad (om möjligt, oberoende av ε) för problem över begränsad tid. Vi visar numeriska resultat från multiskalproblem i en, två och tre dimensioner. Det andra målet är att använda vågutbredning som en modell för att bättre förstå HMM ramverket. Ett exempel på detta är simulering med oscillerande hastighetsfält över lång tid. Efter lång tid så uppträder dispersion. Vi har demonstrerat att vår HMM-metod, som ursprungligen var formulerad för begränsad tid, även kan appliceras på detta fall. För att få den rätta dispersionen krävs högre noggrannhetsordning, men metoden ändrar inte form. Detta visar på metodens robusthet.

Fulltext: <http://www.csc.kth.se/~holst/>