DD1350 Logik för dataloger

Omtentamen
1 juni 2011, 09.00 - 11.00

Dilian Gurov
KTH CSC
08–790 81 98

Skriv svaren direkt på blanketten. Ett formelblad är bifogat. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
Kravet för godkänt på omtentan är att vara godkänd på båda E–delar.

Del 1E

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på kontrollskrivningen HT2010, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 5 poäng och bör inte lösa den uppgiften).

1. Betrakta följande resonemang: 5p

   Om programmet är korrekt så terminerar det antingen normalt eller så kastar det ett undantag. Om programmet kastar ett undantag, så är programmet inte korrekt. Därför kastar programmet inte något undantag.

   Föreslå en formalisering av resonemanget i form av en satslogisk *sekvent*, och visa att resonemanget är felaktigt genom att hitta en *motvaluering*.

   – Atomer och deras tolkning:

   – Sekvent:

   – Motvaluering:

   – Finns det fler motvalueringar?

   – Visa en *sanningsvärdestabell* för att motivera dina svar:

   Om du är godkänd på *kontrollskrivningen* HT2010, kryssa här: ☐

2. Presentera ett *bevis* i naturlig deduktion till följande sekvent: $\boxed{5\text{p}}$

$$\forall x\ (P(x) \to q) \vdash \neg q \to \forall x\ \neg P(x)$$

Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

– Bevis:

Del 2E

Kravet för godkänt på denna del är 12 poäng av 15.

1. Den induktiva BNF-definitionen av symbollistor som termmängder är: $\boxed{\text{5p}}$

$$List \ ::= \ \mathsf{empty} \mid \ \mathsf{cons}\,(Letter, List)$$

och den induktiva definitionen av konkatenering **conc** (u, v) är:

$$\begin{aligned}\mathbf{conc}\,(\mathsf{empty}, v) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} v \\ \mathbf{conc}\,(\mathsf{cons}\,(a, u), v) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} \mathsf{cons}\,(a, \mathbf{conc}\,(u, v))\end{aligned}$$

Binära träd över symboler kan definieras som en termmängd med BNF så här:

$$BSTree \ ::= \ \mathsf{leaf}\,(Letter) \ \mid \ \mathsf{bstree}\,(BSTree, BSTree)$$

Definiera *induktivt* funktionen **leaves** (t) som samlar alla symboler från löven i binära trädet t i en lista.

– Induktiv definition:

Använd din definition för att *stegvist* beräkna:

$$\mathbf{leaves}\,(\mathsf{bstree}\,(\mathsf{leaf}(\mathsf{a}), \mathsf{bstree}\,(\mathsf{leaf}(\mathsf{s}), \mathsf{leaf}(\mathsf{k}))))$$

– Stegvis beräkning (OBS: slutresultatet måste vara en korrekt lista!):

2. Betrakta följande beteendeegenskap för bankapplikationer: 5p

Saldot på kontot kan bara vara negativt ändligt många gånger.

Föreslå en formalisering av egenskapen i form av en CTL–formel, där du använder atomen pos som är sant när saldot på kontot inte är negativt.

– CTL formel:

Låt $Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\mathsf{entry}, \mathsf{pos}\}$, och låt $\mathcal{M}$ vara modellen definierad som:

$$\begin{array}{rcl} S & \stackrel{\text{def}}{=} & \{s_0, s_1, s_2\} \\ \rightarrow & \stackrel{\text{def}}{=} & \{(s_0, s_0), (s_0, s_1), (s_1, s_0), (s_1, s_2), (s_2, s_0)\} \\ L & : & s_0 \mapsto \{\mathsf{entry}, \mathsf{pos}\} \\ & & s_1 \mapsto \{\mathsf{pos}\} \\ & & s_2 \mapsto \{\} \end{array}$$

– Gäller beteendeegenskapen du formaliserade i tillståndet s_0? Motivera ditt svar genom att hänvisa till CTLs semantik:

3. Skriv en *specifikation* i form av en Hoare–trippel till ett program Pot som beräknar den vanliga potens–funktionen för heltal. Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet ska användas för att beräkna potensen m^n av två heltal m och n. $\boxed{5p}$

   – Specifikation med Hoare–trippel:

   – Förklara intuitivt din specifikation:

   Presentera en *implementation* av Pot i form av ett program som satisfierar specifikationen.

   – Program:

Del 2C

För betyg D måste du ha klarat båda E–delar och fått 6 poäng utav 15 på den här delen, medan 11 poäng krävs för betyg C.

1. Vi definierade längden på listor **length** (u) induktivt så här: 8p

$$\begin{aligned} \mathbf{length}\,(\mathsf{empty}) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} 0 \\ \mathbf{length}\,(\mathsf{cons}\,(a,u)) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} 1 + \mathbf{length}\,(u) \end{aligned}$$

Antalet löv i ett binärt symbolträd kan definieras så här:

$$\begin{aligned} \mathbf{numleaves}\,(\mathsf{leaf}(a)) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} 1 \\ \mathbf{numleaves}\,(\mathsf{bstree}\,(t_1, t_2)) &\stackrel{\mathsf{def}}{=} \mathbf{numleaves}\,(t_1) + \mathbf{numleaves}\,(t_2) \end{aligned}$$

Använd din definition på **leaves** (t) från uppgift 2E.1 och bevisa med *strukturell induktion* att:

$$\forall t\,(\mathbf{length}\,(\mathbf{leaves}\,(t)) = \mathbf{numleaves}\,(t))$$

Du får hänvisa i beviset direkt till resultatet:

$$\forall u\,\forall v\ \mathbf{length}\,(\mathbf{conc}\,(u,v)) = \mathbf{length}\,(u) + \mathbf{length}\,(v)$$

som vi bevisade i klassrummet.

– Bevis med strukturell induktion (OBS: *inte* med fullständig induktion!):

2. Betrakta följande program Copy som kopierar startvärdet på variabeln x till variabeln y: $\boxed{7p}$

```
y = 0;
while (x > 0) {
   y = y + 1;
   x = x - 1;
}
```

Programmet är specifierad med en Hoare–trippel enligt partiell korrekthet:

$$(\!|\, x \geq 0 \land x = x_0 \,|\!)\ \mathsf{Copy}\ (\!|\, y = x_0 \,|\!)$$

Verifiera programmet med Hoare-logik (se formelblad). Presentera beviset med bevistablå.

– Bevistablå:

Identifiera alla *bevisförpliktelser* (resulterande från regeln Implied) och motivera varför de gäller.

– Bevisförpliktelser:

Lycka till!