

DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN MED EFTERFÖLJANDE
KAMRATRÄTTNING
15 december 2010, 14.00 - 15.45

Dilian Gurov
KTH CSC
08-790 81 98

Skriv svaren direkt på blanketten. Skriv **inte** namn eller personnummer på tentan.
Alla nödvändiga formelblad är bifogade. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
Kravet för godkänt på tentan är att vara godkänd på båda E-delar **och** att ha deltagit i kamraträttningen. Kom till sal F1 kl. 16.15.

Del 1E

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på kontrollskrivningen, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 5 poäng och bör inte lösa den uppgiften). Bonuspoängen från hemtalen 1 och 2 tillgodoräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Betrakta följande resonemang:

5p

Bankomaten ger ut ett kvitto eller ger ett felmeddelande. Om det inte finns pengar i bankomaten, så ger den inte ut något kvitto. Därför finns det pengar i bankomaten.

Föreslå en formalisering av resonemanget i form av en satslogisk *sekvent*, och visa att resonemanget är felaktigt genom att hitta en *motvaluering*.

- Atomer och deras tolkning:
- Sekvent:
- Motvaluering:
- Finns det fler motvalueringar?
- Visa en *sanningsvärdestabell* för att motivera dina svar:

Om du är godkänd på *kontrollskrivningen*, kryssa här: ☐

2. Presentera ett *bevis* i naturlig deduktion till följande sekvent:

5p

$$\exists x P(x) \rightarrow r \vdash \forall y (P(y) \rightarrow r)$$

Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

– Bevis:

Mina bonuspoäng från hemtalen 1 och 2: _____

Del 2E

Kravet för godkänt på denna del är 12 poäng av 15. Bonuspoängen från hemtalen 3 och 4 tillgodoräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Induktiva BNF-definitionen av listor som term mängder ser ut så här:

5p

$$List ::= \text{empty} \mid \text{cons}(Letter, List)$$

Definiera *induktivt* funktionen **shuffle** (u, v) som blandar in två listor av samma längd. T.ex. är

$$\text{shuffle}(\text{cons}(a, \text{cons}(b, \text{empty})), \text{cons}(c, \text{cons}(d, \text{empty})))$$

lika med

$$\text{cons}(a, \text{cons}(c, \text{cons}(b, \text{cons}(d, \text{empty}))))$$

- Induktiv definition (Tips: induktionen borde vara över *båda* argumenten!):

Använd din definition för att *stegvis* beräkna:

$$\text{shuffle}(\text{cons}(f, \text{cons}(o, \text{empty})), \text{cons}(i, \text{cons}(l, \text{empty})))$$

- Stegvis beräkning (OBS: slutresultatet måste vara en korrekt lista!):

2. Betrakta följande beteendeegenskap för bankomater:

Så småningom, dvs oavsett hur man interagerar med bankomaten, kommer man kunna vara aktiv för all framtid.

Föreslå en formalisering av egenskapen i form av en CTL-formel, där du använder atomen **active**.

– CTL formel:

Låt $Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{entry}, \text{active}\}$, och låt $\mathcal{M}$ vara modellen definierad som:

$$\begin{aligned} S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_0, s_1, s_2, s_3\} \\ \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_0, s_1), (s_1, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_3), (s_3, s_2), (s_3, s_3), (s_3, s_0)\} \\ L &: \begin{aligned} s_0 &\mapsto \{\text{entry}\} \\ s_1 &\mapsto \{\} \\ s_2 &\mapsto \{\text{active}\} \\ s_3 &\mapsto \{\text{active}\} \end{aligned} \end{aligned}$$

– Gäller beteendeegenskapen du formaliserade i tillståndet s_0 ? Motivera ditt svar genom att hänvisa till CTLs semantik:

3. Skriv en *specifikation* i form av en Hoare-trippel till ett program **Pow** som beräknar funktionen x^{2^y} för positiva heltal x och y . Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet ska användas *utan* att känna till själva koden. 5p
- Specifikation med Hoare-trippel:

Implementera **Pow**, dvs skriv kod till **Pow** så att den uppfyller din specifikation. (Tips: du kan använda iterativ kvadrering.)

- Program:

Del 2C

För betyg D måste du ha klarat båda E-delarna och fått 6 poäng (utav 15) på den här delen, medan 11 poäng krävs för betyg C.

1. Induktiva definitionen av längden på listor **length** (u) ser ut så här:

9p

$$\begin{aligned}\mathbf{length}(\mathbf{empty}) &\stackrel{\text{def}}{=} 0 \\ \mathbf{length}(\mathbf{cons}(a, u)) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 + \mathbf{length}(u)\end{aligned}$$

Använd din definition på **shuffle** (u, v) från uppgift 2E.1 och bevisa med *strukturell induktion* att:

$$\forall u (\mathbf{length}(\mathbf{shuffle}(u, u)) = 2 \cdot \mathbf{length}(u))$$

- Bevis med strukturell induktion (OBS: *inte* med fullständig induktion!):

2. För modellen från uppgift 2E.2, förklara intuitivt, med hänvisning till CTLs semantik, varför CTL-formeln 6p

$\text{EF EG (active} \wedge \text{EX entry)}$

gäller i tillstånd s_0 .

– Intuitiv förklaring:

Utgå från detta för att konstruera det kortaste möjliga formella bevis du kan i bevissystemet för CTL.

– Bevis i form av bevisträd (OBS: glöm inte att ange reglernas namn i beviset!):

Lycka till!

Vänd inte på häftet förrän läraren säger till!

Tentanden skall *inte skriva* något på denna sida!

Rättningsprotokoll

Uppgift 1E.1:	
Uppgift 1E.2:	
Bonuspoäng Del 1E:	
Betyg Del 1E (P/F):	
Uppgift 2E.1:	
Uppgift 2E.2:	
Uppgift 2E.3:	
Bonuspoäng Del 2E:	
Betyg Del 2E: (P/F):	
Uppgift 2C.1:	
Uppgift 2C.2:	
Betyg Del 2C (C/D/E/F):	

Jag har poängsatt tentan efter min bästa förmåga.

Rättarens namn och personnummer (läsligt):

Rättarens underskrift:

Lärarens signatur: