

DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN MED EFTERFÖLJANDE
KAMRATRÄTTNING
20 december 2011, 9.00 - 11.00

Dilian Gurov
KTH CSC
08-790 81 98

Skriv svaren direkt på blanketten. Skriv **inte** namn eller personnummer på tentan.
Alla nödvändiga formelblad är bifogade. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
Kravet för godkänt på tentan är att vara godkänd på båda E-delar **och** att ha deltagit i kamraträttningen. Kom till sal F1 kl. 11.30.

Del 1E

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på kontrollskrivningen, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 4 poäng och bör inte lösa den uppgiften). Bonuspoängen från hemtalen 1 och 2 tillgodoräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Betrakta följande resonemang:

4p

Om listan är sorterad eller slumpmässigt genererad, så är första elementet i listan större än det sista elementet. Om listan är sorterad, så är första elementet i listan inte större än det sista elementet. Därför är listan osorterad och slumpmässigt genererad.

Föreslå en formalisering av resonemanget i form av en satslogisk *sekvent*, och visa att resonemanget är felaktigt genom att hitta en *motvaluering*.

– Atomer och deras tolkning:

– Sekvent:

– Motvaluering:

– Finns det fler motvalueringar?

– Visa en *sanningsvärdestabell* för att motivera dina svar (den borde ha en kolumn för varje delformel av varje formel i sekventen):

2. Presentera ett *bevis* i naturlig deduktion till följande sekvent:

6p

$$\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)), \exists x (Q(x) \rightarrow \neg P(x)) \vdash \exists x \neg P(x)$$

Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

– Bevis:

Del 2E

Kravet för godkänt på denna del är 10 poäng av 15. Bonuspoängen från hemtalen 3 och 4 tillgodoses (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Betrakta fragmentet av den temporala logiken CTL som vi använde i andra labbuppgiften:

5p

$$\begin{aligned} \phi \quad ::= \quad & p \mid \neg p \mid \phi_1 \wedge \phi_2 \mid \phi_1 \vee \phi_2 \\ & \mid \text{AX } \phi' \mid \text{AG } \phi' \mid \text{AF } \phi' \\ & \mid \text{EX } \phi' \mid \text{EG } \phi' \mid \text{EF } \phi' \end{aligned}$$

Notera att negation bara förekommer över atomer. Definiera *induktivt* negeringen $\text{neg}(\phi)$ på formler i syntaxen från ovan så att $\text{neg}(\phi)$ ger en formel (i samma syntax!) som gäller i ett tillstånd om ϕ inte gäller i tillståndet, och tvärtom. Så ska tex $\text{neg}(\text{EG } \neg p)$ ge $\text{AF } p$. (Tips: tänk på de olika De Morgans lagar.)

– Induktiv definition:

Använd din definition för att *stegvist* beräkna:

$$\text{neg}(\text{AG } (\neg p \vee \text{AF } q))$$

– Stegvis beräkning (slutresultatet måste vara en formel i syntaxen från ovan):

$$Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{pengar}, \text{knapp}, \text{lask}, \text{retur}\}$$

med tolkningen:

pengar : pengar är instoppade
 knapp : knappen är intryckt
 lask : läsk är utlämnad
 retur : pengarna är returnerade

Betrakta följande beteendeegenskap för sådana automater:

Alltid när pengar är instoppade och knappen är intryckt kommer så småningom antingen läsk bli utlämnad eller pengarna bli returnerade.

Föreslå en formalisering av egenskapen i form av en CTL-formel.

– CTL formel:

Låt $\mathcal{M}$ vara modellen definierad som:

$$\begin{aligned}
 S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\} \\
 \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_0, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_3), (s_2, s_4), (s_3, s_0), (s_4, s_0)\} \\
 L &: \begin{aligned}
 s_0 &\mapsto \{\} \\
 s_1 &\mapsto \{\text{pengar}\} \\
 s_2 &\mapsto \{\text{pengar}, \text{knapp}\} \\
 s_3 &\mapsto \{\text{lask}\} \\
 s_4 &\mapsto \{\text{retur}\}
 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

– Gäller beteendeegenskapen du formaliserade i tillståndet s_0 ? Motivera ditt svar genom att hänvisa till CTLs formella semantik (se bifogat formelblad):

3. Betrakta följande program **Uttag** som kan användas för att ta ut 1000 kronor från ett konto om saldot är större än så, där variabeln **flagga** används för att meddela om transaktionen lyckades eller inte: 5p

```
belopp = 1000;
if (belopp <= saldo) {
    saldo = saldo - belopp;
    flagga = 1;
} else {
    flagga = 0;
}
```

Specifcera programmet med en Hoare-trippel $\langle \phi \rangle \text{Uttag} \langle \psi \rangle$ enligt partiell korrekthet. Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet **Uttag** kan användas *utan* att känna till själva koden.

Specifikation som Hoare-trippel:

Förklara och motivera din specifikation:

Del 2C

För betyg D måste du ha klarat båda E-delarna och fått 6 poäng (utav 15) på den här delen, medan 11 poäng krävs för betyg C.

1. Betrakta igen CTL–fragmentet från uppgift 2E.1 och din induktiva definition av negering $\text{neg}(\phi)$. Använd *strukturell induktion* för att bevisa för alla formler ϕ i fragmentet och alla tillstånd s i alla modeller $\mathcal{M}$ att:

$$\mathcal{M}, s \models \text{neg}(\phi) \leftrightarrow \text{inte } \mathcal{M}, s \models \phi$$

Du behöver bara genomföra beviset för följande tre fall: p , $\phi_1 \wedge \phi_2$ och $\text{AG } \phi'$. Ett formelblad med CTLs formella semantik är bifogat.

– Bevis:

2. Verifiera programmet **Uttag** från uppgift 2E.3 relativt din specifikation där. Presentera beviset som 6p en bevistablå. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

Identifiera alla *bevisförpliktelser* (resulterande från regeln **Implied**) och motivera varför de gäller:

Vänd inte på häftet förrän lärare säger till!

Tentanden skall *inte skriva* något på denna sida!

Rättningsprotokoll

Uppgift 1E.1:	
Uppgift 1E.2:	
Bonuspoäng Del 1E:	
Betyg Del 1E (P/F):	
Uppgift 2E.1:	
Uppgift 2E.2:	
Uppgift 2E.3:	
Bonuspoäng Del 2E:	
Betyg Del 2E: (P/F):	
Uppgift 2C.1:	
Uppgift 2C.2:	
Betyg Del 2C (C/D/E/F):	

Jag har poängsatt tentan efter min bästa förmåga.

Rättarens namn och personnummer (läsligt):

Rättarens underskrift:

Lärarens signatur: