

DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN

17 januari 2014, 14.00 - 19.00

Dilian Gurov

KTH CSC

Skriv varje problem på ett separat blad. Skriv ditt namn på alla blad. Flera formelblad är bifogade; inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Del E

Om du fick minst betyg E på kontrollskrivningen i oktober 2013 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg E krävs 16 poäng på E-delen, inklusive tillgodoräknade bonuspoäng från hemtal och labbar.

1. **Satslogik: Semantik.** Betrakta följande semantiska sekvent: 4

$$p \vee q, \neg p \vee \neg q \models p \rightarrow q$$

Presentera en motvaluering som visar att sekventen *inte* gäller. Hur många motvalueringar finns det? Motivera ditt svar (inte nödvändigtvis med sanningsvärdestabell).

2. **Predikatlogik: Semantik.** Betrakta den predikatlogiska formeln: 5

$$P(a) \wedge \forall x(P(x) \rightarrow P(f(x)))$$

där a är en konstant-symbol och f en 1-ställig funktionssymbol. Presentera en tolkning (dvs *modell*) i vilken formeln är sann, och en annan tolkning i vilken formeln är falsk.

3. **Strukturell induktion: Definition.** Definiera heltalslistor med BNF. Definiera induktivt operationen konkatenering **conc**(u, v) över två listor, samt funktionen **sum**(u) som beräknar summan över alla tal i listan u . Använd din definition för att *stegvis* beräkna: 5

$$\text{sum}(\text{conc}(\text{cons}(5, \text{empty}), \text{cons}(7, \text{empty})))$$

4. **Temporallogik: Semantik.** Betrakta den temporallogiken CTL och dess formella semantik. 5

- (a) Förklara intuitivt betydelsen av CTL-formeln $\text{EF EG } p$ i godtycklig modell $\mathcal{M}$ och tillstånd s .
(b) Låt $\text{Atoms} \stackrel{\text{def}}{=} \{p, q\}$ och låt $\mathcal{M}$ vara modellen definierad som:

$$\begin{aligned} S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_1, s_2\} \\ \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_1, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_1)\} \\ L &: \begin{array}{l} s_1 \mapsto \{p\} \\ s_2 \mapsto \{q\} \end{array} \end{aligned}$$

Rita den tillhörande tillståndsgrafen. Gäller $\mathcal{M}, s_1 \models \text{EF EG } p$? Motivera ditt svar med hänvisning till CTLs formella semantik.

5. **Hoare-logik: Specifikation.** Betrakta ett ännu inte implementerat program **Buy** som jämför två olika priser givna som startvärde på variablerna **priceOne** och **priceTwo**. Om det lägre priset är inte större än vad man har på kontot, given som startvärde på variabeln **balance**, så betalar man priset (dvs man debiterar priset från kontot), och annars inte. 5

- (a) Med hjälp av en Hoare-trippel, *specificera* programmet **Buy** enligt partiell korrekthet. Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet ska användas. Förklara intuitivt din specifikation.
(b) Presentera en *implementation* av **Buy** i form av ett program (i programmeringsspråket betraktat i kursen) som satisfierar din specifikation.

Del C

Om du fick betyg C på kontrollskrivningen i oktober 2013 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg C krävs 12 poäng, och för betyg D krävs 8 poäng på C-delen. I bägge fallen krävs även godkänt på E-delen.

1. **Satslogik: Semantik.** Föreslå 3 olika satslogiska formler som är ekvivalenta till formeln $p \rightarrow q$. De formler du föreslår får inte innehålla några atomer utöver p och q , och får inte innehålla dubbel negation. Ingen delformel får förekomma mer än en gång i någon formel. Motivera dina svar. 4
 2. **Temporallogik: Modellprovning.** Betrakta igen modellen $\mathcal{M}$ och CTL-formeln $\text{EF EG } p$ från uppgift E4b. Presentera ett *bevis* till $\mathcal{M}, s_2 \vdash \text{EF EG } p$ som ett bevissträd i bevissystemet för CTL. Glöm inte att ange reglernas namn i beviset! Ett formelblad med alla regler är bifogat. 6
 3. **Hoare-logik: Verifikation.** Betrakta din specifikation och din implementation av programmet Buy från uppgift E5. Verifiera programmet, dvs bevisa att Buy uppfyller sin specifikation. Presentera beviset som *bevistabla*. Identifiera alla bevisförpliktelser (resulterande från regeln **Implied**) och motivera varför de gäller. Ett formelblad med alla regler är bifogat. 8
-

Del A

För att uppnå betyg A krävs 12 poäng, och för betyg B krävs 8 poäng på A-delen. I bägge fallen krävs även godkänt på C-delen.

1. **Predikatlogik: Semantik.** Låt ϕ och ψ vara två predikatlogiska formler sådana att semantiska sekventen $\phi \models \psi$ *inte* gäller. Vilken slutsats kan du dra om formeln ϕ ? 4
 - (a) Formeln ϕ gäller.
 - (b) Formeln ϕ är satisfierbar.
 - (c) Formeln ϕ är osatisfierbar.
 - (d) Det finns inte tillräcklig information för att dra någon av slutsatserna (a-c).

Ange vilket alternativ du anser vara korrekt, och sedan motivera ditt val!

2. **Predikatlogik: Naturlig deduktion.** Betrakta utsagan: 7

För två godtyckliga olika naturliga tal x och y gäller att x är mindre än y eller att y är mindre än x . Inget tal är mindre än noll. Alltså är noll mindre än alla andra tal.”

och definitionerna:

$$\begin{array}{ll} 0 & : \text{ talet } 0 \\ M(x, y) & : x \text{ är mindre än } y \end{array}$$

Formulera utsagan som en predikatlogisk sekvent och bevisa denna med naturlig deduktion. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

3. **Strukturell induktion: Bevis.** Betrakta dina definitioner från uppgift E3. Använd strukturell induktion för att bevisa att: 7

$$\forall u \forall v \text{ sum}(\text{conc}(u, v)) = \text{sum}(u) + \text{sum}(v)$$
