

DD1350 Logik för dataloger

OMTENTAMEN

12 mars 2014, 8.00 - 13.00

Dilian Gurov

KTH CSC

Skriv varje problem på ett separat blad. Skriv ditt namn på alla blad. Flera formelblad är bifogade; inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Del E

Om du fick minst betyg E på kontrollskrivningen i oktober 2013 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg E krävs 16 poäng på E-delen, inklusive tillgodoräknade bonuspoäng från hemtal och labbar.

1. **Satslogik: Naturlig deduktion.** Bevisa följande sekvent med naturlig deduktion: 4

$$\neg(\neg p \vee q) \vdash p$$

Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden i beviset. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

2. **Predikatlogik: Semantik.** Betrakta den predikatlogiska formeln: 5

$$\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \neg \exists x \forall y P(x, y)$$

Presentera en tolkning (dvs *modell*) i vilken formeln är sann, eller förklara varför en sådan tolkning inte existerar. Presentera sedan en annan tolkning i vilken formeln är falsk, eller förklara varför en sådan tolkning inte existerar.

3. **Strukturell induktion: Definition.** Datatypen *binära heltalsträd* kan definieras med BNF så här: 5

$$Tree ::= \text{leaf}(Int) \mid \text{branch}(Tree, Tree)$$

där *Int* är datatypen av alla heltal. Använd strukturell induktion för att definiera predikaten **member**(*n*, *t*) som är sant exakt när heltalet *n* finns i trädet *t*. Använd din definition för att *stegvis* utvärdera:

$$\text{member}(-4, \text{branch}(\text{leaf}(13), \text{branch}(\text{leaf}(-4), \text{leaf}(5))))$$

4. **Temporallogik: Semantik.** Betrakta följande beteendeegenskap för hissar: 5

Hissen är i rörelse oändligt ofta, och rör sig bara när hissdörren är stängd.

- (a) Föreslå en formalisering av egenskapen i form av en CTL-formel, där du använder atomen **move** som är sann när hissen är i rörelse och atomen **open** som är sann när hissens dörr är öppen.
(b) Låt $Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{move}, \text{open}\}$, och låt $\mathcal{M}$ vara en hissmodell definierad som:

$$\begin{aligned} S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_0, s_1, s_2\} \\ \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_0, s_1), (s_1, s_0), (s_1, s_2), (s_2, s_1)\} \\ L &: s_0 \mapsto \{\text{open}\}, s_1 \mapsto \{\}, s_2 \mapsto \{\text{move}\} \end{aligned}$$

Rita den tillhörande tillståndsgraf. Gäller beteendeegenskapen du formaliserade i tillståndet s_0 ? Motivera ditt svar genom att hänvisa till CTLs semantik.

5. **Hoare-logik: Specifikation.** Betrakta ett ännu inte implementerat program **Power** som beräknar den vanliga potens-funktionen för heltal. 5

- (a) Med hjälp av en Hoare-trippel, *specificera* programmet **Power** enligt partiell korrekthet. Det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet ska användas för att beräkna potensen m^n av två heltal *m* och *n*. Motivera din specifikation.
(b) Presentera en *implementation* av **Power** i form av ett program i programmeringsspråket betraktat i kursen som satisfierar din specifikation.

Del C

Om du fick betyg C på kontrollskrivningen i oktober 2013 kan du hoppa över första uppgiften, som då redan är godkänd. För att uppnå betyg C krävs 12 poäng, och för betyg D krävs 8 poäng på C-delen. I bägge fallen krävs även godkänt på E-delen.

1. **Temporallogik: Modellprovningsregler.** Betrakta bevissystemet för CTL (se bifogat formelblad). 4
Förklara AF-reglerna: varför ser de ut som de gör?
 2. **Strukturell induktion: Principen.** Betrakta mängden av alla satslogiska formler, definierad som en term mängd i BNF. Kan man definiera med strukturell induktion en funktion $numatoms(\phi)$ som tar en satslogisk formel ϕ som argument och returnerar antalet *olika* atomära formler i ϕ ? Motivera ditt svar. 7
 3. **Hoare-logik: Regler.** Betrakta den nya instruktionen $\text{if } B \{C\}$, dvs en if-sats utan else-gren. Föreslå en regel till Hoare-logiken för denna nya instruktion. Motivera ditt förslag. Ett formelblad med alla ursprungliga regler är bifogat. 7
-

Del A

För att uppnå betyg A krävs 12 poäng, och för betyg B krävs 8 poäng på A-delen. I bägge fallen krävs även godkänt på C-delen.

1. **Predikatlogik: Semantik.** Låt S vara ett bevissystem med ett antal regler. Vi lägger nu till en extra regel och kallar det resulterande bevissystemet för S' . Vilka av nedanstående situationer är möjliga och vilka är inte möjliga? Motivera! 5
 - (a) Både S och S' är sunda.
 - (b) S är sunt men S' är inte sunt.
 - (c) S är inte sunt men S' är sunt.
 - (d) Varken S eller S' är sunda.
 - (e) Både S och S' är fullständiga.
 - (f) S är fullständigt men S' är inte fullständigt.
 - (g) S är inte fullständigt men S' är fullständigt.
 - (h) Varken S eller S' är fullständiga.

2. **Predikatlogik: Naturlig deduktion.** Betrakta utsagan: 7

“Produkten av två udda tal är udda. Produkten av ett jämnt tal och ett annat tal är jämnt. För ett godtyckligt udda tal x som kan skrivas som $y \cdot z$ gäller alltså att både y och z är udda.”

och definitionerna:

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &: x = y \cdot z \\ U(x) &: x \text{ är udda} \end{aligned}$$

Formulera utsagan som en predikatlogisk sekvent och bevisa denna med naturlig deduktion. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

3. **Temporallogik: Semantik.** Bestäm huruvida de två temporallogiska formerna $AF \ AG \ p$ och $AG \ AF \ p$ är ekvivalenta, och motivera utförligt din ståndpunkt. 6
-