Övning 2 - Tillämpad datalogi 2012

```

# coding: latin
```

Summering

Vi gick igenom **listor**, **pekare**, **binära träd** , **rekursion** och **komplexitet**. Detta exemplifierades genom att vi skrev **remove_second** och **gcd** (greatest common divisor) och . Vi gick även igenom hur binära träd byggs, utag från binärträd med in, pre och postordning samt vi räknade på programtidsåtgång givet en viss programkomplexitet. Övningsanteckningarna innehåller även ett ytterligare ett par program, **remove_every_second**, **fib** (fibonnaccis tal), **summa** (trädsumma) och **height** (trädhöjd) som det kan vara bra att kolla på.

- Some imports, ignore

```
import sys, os
sys.path.append(os.getcwd())
```

Listor noder

1. Andra noden bort

a) ***Skriv en sats som tar bort andra noden ur en länkad lista.***

```

from MyUtils import LinkedList

def remove_second(ll):
    n=ll.first
    try:
        n.next=n.next.next
        return ll
    except:
        raise IndexError('List does not have two elements')

ll = LinkedList()
ll.append('Goose IPA')
ll.append('Fat Tire')
print ll
```

```
Fat Tire
Goose IPA
```

```
remove_second(ll)
print ll
```

```
Fat Tire
```

```
#remove_second(ll)
```

b) ***Nu ska du ta bort andra noden ur en stack. Lös uppgiften abstrakt, alltså med anrop till push och pop!***

```
from MyUtils import Stack

s = Stack()
s.push('San Fransico')
s.push('Chicago')
s.push('Las Vegas')
```

```
66 print(s)
```

```
Las Vegas
Chicago
San Fransico
```

```
67 e = s.pop()
68 s.pop()
69 s.push(e)
70 print(s)
```

```
Las Vegas
San Fransico
```

2. Ta bort varannan nod

OBS Tänk igenom och rita bilder för att visa att alla dessa fungerar för alla listor:

- tom lista
- lista med ett element
- lista med ojämnt antal element
- lista med jämnt antal element

a) *genom att meka med pekare*

- Vi ska ha kvar det aktuella elementet n
- Ifall den har en efterföljare, så ska n.next sättas n.next.next för att hoppa över efterföljaren.

```
97
98  def remove_every_second(ll):
99      n = ll.first
100     while n != None and n.next != None:
101         n.next = n.next.next
102         n = n.next
```

b) *abstrakt, med hjälp av en stack*

- Ifall vi har två element, lägg undan ett och släng det andra.
- Varför fungerar det när vi har ett element?
- Hamnar allt i rätt ordning

```
118 def remove_every_second(ll):
119     stack = Stack()
120     while len(ll) >= 2:
121         a = ll.removeBeginning() # ll.pop(0) för <list>
122
123         stack.push(a)
124         b = ll.getFirst()
125     while not stack.isEmpty():
126         el = stack.pop()
127         ll.append(el) # ll.insert(0, el) för <list>
128
129
130     return ll
```

c) ***abstrakt, med hjälp av rekursion***

- Varje anrop tar in listan, och returnerar listan till "ovanstående" rekur- sionsnivå
- En stack med mindre än två element är klar.
- Annars, ta bort två element, gör rekursivt anrop, stoppa tillbaka.

```
134 def remove_every_second(ll):
135     if len(ll) < 2:
136         return ll
137     else:
138         a = ll.removeBeginning()
139         b = ll.removeBeginning()
140         ll = remove_every_second(ll)
141         ll.insertFirst(a)
142     return ll
```

Laws of recursion:

- A recursive algorithm must have a base case.
- A recursive algorithm must change its state and move toward the base case.
- A recursive algorithm must call itself, recursively.

[http://interactivepython.org/courselib/static/pythonds/Recursion/recursionsimple.html]

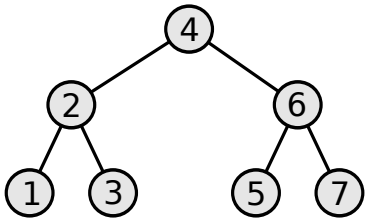
Binära sökträd

1. Trädbygge

Hur ser det binärträd ut som skapas om man puttar in talen 4 2 1 6 3 7 5 i denna ordning? Och hur ser det ut om man sätter in dom i omvänd ordning, alltså 5 7 3 6 1 4 2? Är båda träden binära sökträd? Är de balanserade?

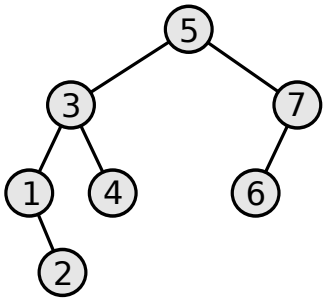
- Ett binärt sökträd har varje nod två löv samt en regel för att kunna avgöra storlek på objekt
- I ett *balanserat* träd är höjdskillnaden i alla grenar <= 1.
- **Inordning:** (vänster träd) (noden) (höger träd)
- **Preordning:** (noden) (vänster träd) (höger träd)
- **Postordning:** (vänster träd) (höger träd) (noden)

Insättning av 4 2 1 6 3 7 5



Binärt sökträd: Ja, Balanserat: Ja

Insättning av 5 7 3 6 1 2 4



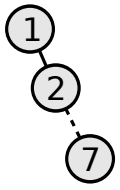
Binärt sökträd: Ja, Balanserat: Nej

2. In, pre och postorderträd

Skriv ut något av träden i inordning och bygg upp ett nytt träd från denna talföljd. Skriv sedan ut dom i preordning och bygg upp nya träd från dessa talföljder. Skriv slutligen ut dom i postorder och bygg upp nya träd från dessa talföljder.

Inordning (v,n,h)

Båda träden blir 1...7 med inordning.
Trädet blir helt obalancerat med en lång sekvens 1-7

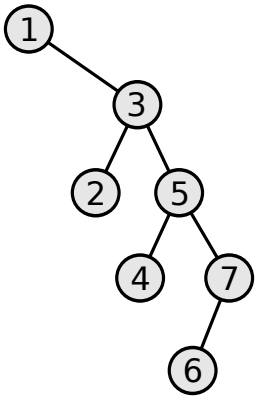


Preorder (n,v,h)

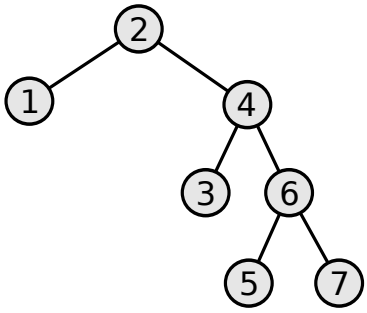
Första: 4, 2, 1, 3, 6, 5, 7 => urspungsträdet
Andra: 5, 3, 1, 2, 4, 7, 6 => ursprungsträdet
Preorder ändrar alltså inte trädstrukturen

Postordning (v,h,n)

Första 1, 3, 2, 5, 7, 6, 4



Andra 2, 1, 4, 3, 6, 7, 5



Rekursion

1. Euklides algoritm för att beräkna greates common divisor (GCD)

För att beräkna största faktorn som två tal m och n har gemensamt kan vi använda Euklides algoritm:

- Om m är jämnt delbar med n så är n den största gemensamma faktorn. Annars är GCD(m, n) = GCD(n, m % n).

Skriv en rekursiv funktion!

```
194
195 def gcd(m,n):
196     s="GCD(" + str(m) + ", " + str(n) + ") -> "
197
198     if m % n == 0:
199         print(s+str(n))
200         return n
201     else:
202         print( s+"GCD(" + str(n) + ", " + str(m % n) + ")")
203         gcd(n, m % n)
204
205 gcd(867, 1989)
```

```
GCD(867, 1989) -> GCD(1989, 867)
GCD(1989, 867) -> GCD(867, 255)
GCD(867, 255) -> GCD(255, 102)
GCD(255, 102) -> GCD(102, 51)
GCD(102, 51) -> 51
```

2. Fibonaccital

Leonardo Fibonacci skrev år 1225 en bok där han beskrev denna intressanta talföljd: Sista december föds en kaninpojke och en kaninflicka. Vid två månaders ålder och varje månad därefter producerar varje kaninpar ett nytt kaninpar. Vi kan skriva en rekursiv formel för antal kaninpar:

- $f_0 = 0$
- $f_1 = 1$
- $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$

Skriv en rekursiv funktion för att beräkna Fibonaccital. Visa vilka rekursiva anrop den ger upphov till vid beräkningen av fib(5). Är det här det effektivaste sättet att beräkna Fibonaccitalen?

```
225
226
227 def fib(n):
228     s=n*' '+"fib(" + str(n)+ ") -> "
229     if n <= 1:
230         print(s+str(n))
231         return n
232     else:
233         print(s+"fib(" + str(n-1)+ ") + "+ "fib(" + str(n-2)+ "))")
234         return fib(n-1) + fib(n-2)
235
236 print fib(5)
```

```
        fib(5) -> fib(4) + fib(3))
       fib(4) -> fib(3) + fib(2))
      fib(3) -> fib(2) + fib(1))
     fib(2) -> fib(1) + fib(0))
    fib(1) -> 1
   fib(0) -> 0
    fib(1) -> 1
```

```
    fib(2) -> fib(1) + fib(0))
   fib(1) -> 1
  fib(0) -> 0
     fib(3) -> fib(2) + fib(1))
    fib(2) -> fib(1) + fib(0))
   fib(1) -> 1
  fib(0) -> 0
   fib(1) -> 1
  5
```

Man kan visa att antalet anrop faktiskt växer snabbare än själva Fibonaccitalen! (För n = 40 är Fibonaccitalet ca hundra miljoner men antalet rekursiva anrop är över 300 miljoner.) Bättre vore här att använda en for-slinga:

```
240
241 def fib(n):
242     f0 = 0
243     f1 = 1
244     for i in range(n-1):
245         f2 = f1 + f0
246         f0 = f1
247         f1 = f2
248     return f1
```

3. Rekursiv trädsumma

Ge en rekursiv tanke för summan av alla talen i trädet och programmera den så att anropet tree.sum() ger rätt svar.

- Anta att trädet är uppbyggt av noder som har tre attribut två som vi kallar pekare, **left** och **right**, och en med nodens värde, **value**.
- **Rekursiv tanke:** Summan är lika med summan av vänster träd, plus höger träd plus nodens värde... men vid tomt träd är summan noll

Som program:

```
262 def summa(p):
263     if p == None:
264         return 0
265     else:
266         return int(p.value) + summa(p.left) + summa(p.right)
```

4. Rekursiv trädhöjd

Ge en rekursiv tanke för höjden av ett träd. Höjden är den maximala nivån som nån av trädets noder befinner sig på. Ett träd med bara en rotnod har höjden 0, och ett tomt träd har höjden -1.

- Rekursiv tanke: Höjden är 1+max(höjd vänster, höjd höger) ... men tomt träd har höjden -1.

```
281
282 def height(p):
283     if p == None:
284         return -1
285     else:
286         h1 = height(p.left)
287         h2 = height(p.right)
288     return max(h1, h2) + 1
```

Komplexitet

1. Körtider

En viss algoritm tar 0.5 ms när antal indata är 100. Hur lång kommer körtiden att bli när antal indata är 500 om man vet att körtiden är:
$ This is LaTeX :hej $c = 2cdot(a+b)$

- Linjär, dvs O(n)
- n log n dvs $O(n \cdot log(n))$
- kvadratisk, dvs $O(n^2)$
- kubisk, dvs $O(n^3)$

Linjär: t $\approx k * n$

$$\left.\begin{array}{l} n = 500\ k * 500 = x \\ n = 100\ k * 100 = 1/2 \end{array}\right\} x \approx \frac{500}{100} = 2.5 \quad \text{(dvs 5 ggr längre)}$$

Logaritmisk linjär: $t * n * log(n)$

$$\left.\begin{array}{l} n = 500\ k * 500 * log(500) = x \\ n = 100\ k * 100 * log(100) = 1/2 \end{array}\right\} x \approx \frac{6.2 * 500}{24.6 * 100} = 3.4 \quad \text{(dvs 6.8 ggr längre)}$$

Kvadratisk: $t * n^2$

$$\left.\begin{array}{l} n = 500\ k * 500^2 = x \\ n = 100\ k * 100^2 = 1/2 \end{array}\right\} x = \frac{5 * 5}{2} = 12.5 \quad \text{(dvs 25 ggr längre)}$$

Kubisk: $t \approx k * n^3$

$$\left.\begin{array}{l} n = 500\ k * 500^3 = x \\ n = 100\ k * 100^3 = 1/2 \end{array}\right\} x = \frac{5 * 5 * 5}{2} = 62.5 \quad \text{(dvs 125 ggr längre)}$$