

DD1350 Logik för dataloger

TENTAMEN MED EFTERFÖLJANDE
OBLIGATORISK KAMRATRÄTTNING
10 december 2012, 14.00 - 16.00

Dilian Gurov
KTH CSC
08-790 81 98

Skriv svaren direkt på blanketten. Skriv **inte** namn eller personnummer på tentan.
Alla nödvändiga **formelblad** är bifogade. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
Kravet för godkänt på tentan är att vara godkänd på båda E-delar **och** att ha deltagit i kamraträttningen. Kom till sal F1 exakt kl. 16.30.

Del 1E

Kravet för godkänt på denna del är 8 poäng av 10. Om du är godkänd på kontrollskrivningen, är du automatiskt godkänd på *första uppgiften* (du får alltså 4 poäng och bör inte lösa den uppgiften). Bonuspoängen från hemtalen 1 och 2 tillgodoses (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Använd en sanningsvärdestabell för att visa att följande satslogisk sekvent gäller:

4p

$$p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q \models \neg p$$

- (a) Sanningsvärdestabell (ska ha en kolumn för varje delformel i sekventen):

p	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow \neg q$	$\neg p$
T	T	F	T	F	F
T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T

3p

-1p för missade kolumn / -3p om essentiell
-1p för fel värde

- (b) Förklaring (med hänvisning till sanningsvärdestabellen) varför sekventen gäller:

Sekventen gäller därför att slutsatsen är sant i alla valueringar där alla premisser är sanna.

1p

Om du är godkänd på *kontrollskrivningen* (oavsett kursomgång), kryssa här: ☐

2. Betrakta följande resonemang i naturligt språk:

Varje modul i systemet blev testad eller verifierad. GUI-modulen blev inte testad. Därför finns det moduler i systemet som blev verifierade.

och definitionerna:

g : GUI-modulen
 $T(x)$: modulen x blev testad
 $V(x)$: modulen x blev verifierad

(a) Formalisera resonemanget i form som en predikatlogisk sekvent:

$$\forall x (T(x) \vee V(x)), \neg T(g) \vdash \exists x V(x) \quad 1p$$

(b) Presentera ett bevis i naturlig deduktion till sekventen. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset. Ett formelblad med alla regler är bifogat.

1	$\forall x (T(x) \vee V(x))$	premiss
2	$\neg T(g)$	premiss
③	$T(g) \vee V(g)$	$\forall x \text{ i } 1$
4	$T(g)$	antagande
⑤	$\perp$	$\neg \text{ i } 4, 2$
⑥	$V(g)$	$\perp \text{ i } 5$
7	$V(g)$	antagande
8	$V(g)$	copy 7
⑨	$V(g)$	$\forall \text{ i } 3, 4-6, 7-8$
⑩	$\exists x V(x)$	$\exists \text{ i } 9$

1p var

- 1p per fel kommentar/regelnamn
- 1p för saknande box

Del 2E

Kravet för godkänt på denna del är 10 poäng av 15. Bonuspoängen från hemtalen 3 och 4 tillgodosräknas (en bonuspoäng per godkänt hemtal).

1. Kom ihåg den induktiva BNF-definitionen av listor över ett alfabet *Letter*:

5p

$$List ::= \text{empty} \mid \text{cons}(Letter, List)$$

och definitionen av konkatenering av två listor med strukturell induktion:

$$\begin{aligned} \text{conc}(\text{empty}, v) &\stackrel{\text{def}}{=} v \\ \text{conc}(\text{cons}(a, u'), v) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{cons}(a, \text{conc}(u', v)) \end{aligned}$$

Binära träd över samma alfabet kan definieras induktivt så här:

$$Tree ::= \text{leaf}(Letter) \mid \text{btree}(Tree, Tree)$$

- (a) Definiera med *strukturell induktion* en funktion *leaves*(*t*) över träd som returnerar en lista bestående av alla bokstäver i löven i trädet *t*:

$$\begin{aligned} 1p \quad & \underline{\text{leaves}}(\text{leaf}(a)) \stackrel{\text{def}}{=} \text{cons}(a, \text{empty}) \\ 2p \quad & \underline{\text{leaves}}(\text{btree}(t_1, t_2)) \stackrel{\text{def}}{=} \underline{\text{conc}}(\underline{\text{leaves}}(t_1), \underline{\text{leaves}}(t_2)) \end{aligned}$$

- (b) Använd din definition för att *stegvist* beräkna:

$$\text{leaves}(\text{btree}(\text{btree}(\text{leaf}(b), \text{leaf}(r)), \text{leaf}(a)))$$

Stegvis beräkning (där slutresultatet måste vara en välformad lista):

$$\begin{aligned} &= \underline{\text{conc}}(\underline{\text{leaves}}(\text{btree}(\text{leaf}(b), \text{leaf}(r))), \underline{\text{leaves}}(\text{leaf}(a))) \\ &= \underline{\text{conc}}(\underline{\text{conc}}(\underline{\text{leaves}}(\text{leaf}(b)), \underline{\text{leaves}}(\text{leaf}(r))), \underline{\text{leaves}}(\text{leaf}(a))) \\ &= \underline{\text{conc}}(\underline{\text{conc}}(\text{cons}(b, \text{empty}), \text{cons}(r, \text{empty})), \text{cons}(a, \text{empty})) \\ &= \underline{\text{conc}}(\text{cons}(b, \underline{\text{conc}}(\text{empty}, \text{cons}(r, \text{empty}))), \text{cons}(a, \text{empty})) \\ &= \underline{\text{conc}}(\text{cons}(b, \text{cons}(r, \text{empty})), \text{cons}(a, \text{empty})) \\ &= \text{cons}(b, \underline{\text{conc}}(\text{cons}(r, \text{empty}), \text{cons}(a, \text{empty}))) \\ &= \text{cons}(b, \text{cons}(r, \underline{\text{conc}}(\text{empty}, \text{cons}(a, \text{empty})))) \\ &= \text{cons}(b, \text{cons}(r, \text{cons}(a, \text{empty}))) \end{aligned}$$

1p för korrekt resultat

1p för komplett beräkning

2. Beteendet av en server kan (på en hög abstraktionsnivå) beskrivas som en modell över atomerna:

5p

$$Atoms \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{active}, \text{request}, \text{response}\}$$

med tolkningen:

active : servern är i aktivt läge

request : servern har fått en begäran

response : servern har bearbetat begäran och skickat respons

Betrakta följande beteendeegenskap för sådana servrar:

Så småningom blir det möjligt att servern blir upptagen med att få eller bearbeta olika begäranden i all oändlighet.

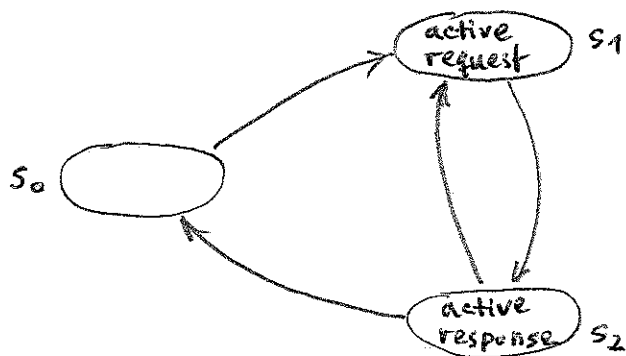
(a) Föreslå en formalisering av egenskapen i form av en CTL-formel:

$$\underbrace{AF}_{1p} \underbrace{EG (\text{request} \vee \text{response})}_{1p}$$

(b) Låt $\mathcal{M}$ vara en server-modell definierad som:

$$\begin{aligned} S &\stackrel{\text{def}}{=} \{s_0, s_1, s_2\} \\ \rightarrow &\stackrel{\text{def}}{=} \{(s_0, s_1), (s_1, s_2), (s_2, s_0), (s_2, s_1)\} \\ L &: \begin{aligned} s_0 &\mapsto \{\} \\ s_1 &\mapsto \{\text{active}, \text{request}\} \\ s_2 &\mapsto \{\text{active}, \text{response}\} \end{aligned} \end{aligned}$$

Presentera modellen grafiskt. Gäller beteendeegenskapen du formaliserade i tillståndet s_0 ? Motivera ditt svar genom att hänvisa till CTLs formella semantik (se bifogat formelblad):



Egenskapen gäller i s_0 därför att alla stigar från s_0 går igenom s_1 , och $EG (\text{request} \vee \text{response})$ gäller i s_1 , därför att det finns en stig från s_1 , nämligen

$$\overline{s_1 s_2} = s_1 s_2 s_1 s_2 \dots \leftarrow 1p$$

där $\text{request} \vee \text{response}$ gäller i alla tillstånd i stigen. } 1p

3. Kom ihåg programmeringsspråket som betraktats i kursen i samband med programspecifikation och 5p verifikation.

- (a) Skriv en *specifikation* i form av en Hoare-trippel till ett program Quadr som beräknar funktionen x^2 för icke-negativa heltal (det skall vara entydigt från specifikationen hur programmet ska användas *utan* att känna till själva koden):

$$\underbrace{(\underbrace{x \geq 0 \wedge x = x_0}_{1p}) \text{ Quadr } (\underbrace{z = x_0^2}_{1p})}_{2p}$$

- (b) Implementera Quadr, dvs skriv kod till Quadr i programmeringsspråket, så att den uppfyller din specifikation, och dessutom *inte* använder sig av multiplikation:

```
y = 0;
z = 0;
while (y < x) {
    z = z + x;
    y = y + 1;
}
```

} 2p

1p om programmet beräknar x^2 utan multiplikation

1p om programmet uppfyller specifikationen

- (c) Föreslå passande *slinginvarianter* till slingorna i ditt program. Argumentera för dina förslag.

invariant: $\underbrace{z = y \cdot x}_{\text{relevant relation}} \wedge \underbrace{y \leq x \wedge x = x_0}_{\text{behövs för att implicera postvillkoret i basfallet}}$ 1p

Mina bonuspoäng från hemtalen 3 och 4 (kursomgång HT12): _____

Del 2C

För betyg D måste du ha klarat båda E-delarna och fått 6 poäng (utav 15) på den här delen, medan 11 poäng krävs för betyg C.

1. Kom ihåg den induktiva definitionen av längden på listor u :

9p

$$\begin{aligned}\text{length}(\text{empty}) &\stackrel{\text{def}}{=} 0 \\ \text{length}(\text{cons}(a, u')) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 + \text{length}(u')\end{aligned}$$

och antalet löv i binära träd t :

$$\begin{aligned}\text{numleaves}(\text{leaf}(a)) &\stackrel{\text{def}}{=} 1 \\ \text{numleaves}(\text{btree}(t_1, t_2)) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{numleaves}(t_1) + \text{numleaves}(t_2)\end{aligned}$$

Använd din definition av $\text{leaves}(t)$ från uppgift 2E.1 och bevisa med *strukturell induktion* att:

$$\forall t \text{ numleaves}(t) = \text{length}(\text{leaves}(t))$$

Du får hänvisa till resultatet bevisat på föreläsningen att längden på konkateneringen av två listor är summan av deras längder. Var explicit med *induktionshypoteser* du introducerar och var du använder dem.

- Fall $t = \text{leaf}(a)$ för någon bokstav a

$$3p \left\{ \begin{aligned} \text{numleaves}(\text{leaf}(a)) &= 1 && \{\text{Def. numleaves}\} \\ &= 1 + \text{length}(\text{empty}) && \{\text{Def. length}\} \\ &= \text{length}(\text{cons}(a, \text{empty})) && \{\text{Def. length}\} \\ &= \text{length}(\text{leaves}(\text{leaf}(a))) && \{\text{Def. leaves}\} \end{aligned} \right.$$

- Fall $t = \text{btree}(t_1, t_2)$ för några delträd t_1 och t_2

$$2p \left\{ \begin{aligned} \text{Anta } \text{numleaves}(t_1) &= \text{length}(\text{leaves}(t_1)) \text{ och } \text{numleaves}(t_2) = \text{length}(\text{leaves}(t_2)) \text{ IH} \end{aligned} \right.$$

$$4p \left\{ \begin{aligned} \text{numleaves}(\text{btree}(t_1, t_2)) &= \text{numleaves}(t_1) + \text{numleaves}(t_2) && \{\text{Def numleaves}\} \\ &= \text{length}(\text{leaves}(t_1)) + \text{length}(\text{leaves}(t_2)) && \{\text{Ind. hyp.}\} \\ &= \text{length}(\text{conc}(\text{leaves}(t_1), \text{leaves}(t_2))) && \{\text{Prop length}\} \\ &= \text{length}(\text{leaves}(\text{btree}(t_1, t_2))) && \{\text{Def leaves}\} \end{aligned} \right.$$

-1p per saknande eller fel rad kommentar

-1p per saknande eller fel rad

2. För modellen från uppgift 2E.2, konstruera ett bevis i bevissystemet för CTL (se bifogat blad) att 6p
CTL-formeln:

AF EG (request $\vee$ response)

gäller i tillståndet s_0 (ange reglernas namn i beviset):

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\mathcal{M}, s_1 \vdash [\Box] \text{request}} \text{request} \quad \frac{}{\mathcal{M}, s_2 \vdash [\Box] \text{response}} \text{response} \\
 \hline
 \frac{}{\mathcal{M}, s_1 \vdash [\Box] \text{request} \vee \text{response}} \vee_1 \quad \frac{\mathcal{M}, s_2 \vdash [\Box] \text{request} \vee \text{response} \quad \mathcal{M}, s_1 \vdash [s_1, s_2] \text{EG}(\text{req} \vee \text{resp})}{\mathcal{M}, s_2 \vdash [s_1] \text{EG}(\text{request} \vee \text{response})} \text{EG}_2 \\
 \hline
 \mathcal{M}, s_1 \vdash [\Box] \text{EG}(\text{request} \vee \text{response}) \quad \text{AF}_1 \\
 \hline
 \mathcal{M}, s_1 \vdash [s_0] \text{AF EG}(\text{request} \vee \text{response}) \quad \text{AF}_2 \\
 \hline
 \mathcal{M}, s_0 \vdash [\Box] \text{AF EG}(\text{request} \vee \text{response}).
 \end{array}$$

- 1p per fel regelapplicering (inkl. listhanteringen)
- 2p om reglernas namn saknas

Lycka till!

Vänd inte på häftet förrän läraren säger till!

Tentanden skall *inte* skriva något på denna sida!

Rättningsprotokoll

Uppgift 1E.1:	
Uppgift 1E.2:	
Bonuspoäng Del 1E:	
Betyg Del 1E (P/F): 8-12 / 0-7	
Uppgift 2E.1:	
Uppgift 2E.2:	
Uppgift 2E.3:	
Bonuspoäng Del 2E:	
Betyg Del 2E: (P/F): 10-17 / 0-9	
Uppgift 2C.1:	
Uppgift 2C.2:	
Betyg Del 2C (C/D/E): 11-15 / 6-10 / 0-5	
Slutbetyg (C/D/E/F):	

Jag har poängsatt tentan efter min bästa förmåga.

Rättarens namn och personnummer (läsligt):

Rättarens underskrift:

Lärarens signatur: