DD1350 Logik för dataloger

KONTROLLSKRIVNING (VARIANT A)
9 oktober 2012, 15.30 - 16.30

Dilian Gurov
KTH CSC

Skriv varje problem på ett separat blad. Skriv ditt namn på alla blad. Ett formelblad kommer att delas ut under kontrollskrivningen; inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Del E

Kravet för att klara denna del är 8 poäng av 12.

1. Betrakta följande resonemang i naturligt språk: $\boxed{5}$

   Om programmet passerar alla tester så har det inga buggar eller så är testerna ofullständiga. Testerna är faktiskt fullständiga. Därför kommer programmet inte att passera alla tester om det är buggfritt.

   (a) Formalisera resonemangen i form av en satslogisk sekvent. Presentera en lista över alla atomer och de atomiska satserna atomerna formaliserar.

   (b) Gäller sekventen? Motivera ditt svar.

2. Betrakta följande predikatlogiska sekvent: $\boxed{7}$

   $$\forall x\ (P(x) \to Q(x)) \vdash \neg\exists x Q(x) \to \neg\exists x P(x)$$

   Presentera ett bevis i naturlig deduktion till sekventen. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

Del C

För betyg D måste du ha klarat del E och fått 4 poäng (av 12) på den här delen, medan 8 poäng krävs för betyg C.

1. Låt ϕ vara predikatlogiska formeln: $\boxed{4}$

   $$\forall x\ (P(f(y)) \land \neg\exists y\ Q(x,y))$$

   och t vara termen:

   $$g(f(x), y)$$

   (a) Med användning av pilar, visa vilka kvantifikatorer som binder vilka variabelförekomster i formeln ϕ, och identifiera alla fria variabelförekomster.

   (b) Beräkna substitutionerna $\phi[t/x]$ och $\phi[t/y]$ (presentera resultaten som formler och inte som träd). Döp om variabler *bara* där det är nödvändigt för att undvika variabelinfångande.

Vänd på bladet!

2. Betrakta följande resonemang i naturligt språk: $\boxed{8}$

> Varje människa är yngre än sin far. Ingen är yngre än sig själv. Därför är Sokrates inte sin egen far.

och definitionerna:

$$\begin{array}{rcl} Y(x,y) & : & x \text{ är yngre än } y \\ f(x) & : & \text{fadern till } x \\ s & : & \text{Sokrates} \end{array}$$

(a) Formalisera resonemangen i form av en predikatlogisk sekvent.

(b) Presentera ett bevis i naturlig deduktion till sekventen. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

Lycka till!

$\boxed{\text{E1}}$ (a) Atomer:

p : programmet passerar alla tester
q : programmet har buggar
r : testerna är fullständiga

Sekvent:

$$p \to \neg q \vee \neg r,\ r \vdash \neg q \to \neg p$$

(b) Sekventen gäller <u>inte</u>. Motvaluering:

$$\{p : T,\ q : F,\ r : T\}$$

Under denna valuering blir båda premisser sanna, men slutsatsen blir falskt.

E2

$$\forall x\,(P(x) \to Q(x)) \vdash \neg \exists x\, Q(x) \to \neg \exists x\, P(x)$$

1.		$\forall x\,(P(x) \to Q(x))$	premiss
2.		$\neg \exists x\, Q(x)$	antagande
3		$\exists x\, P(x)$	antagande
4	x_0	$P(x_0)$	antagande
5		$P(x_0) \to Q(x_0)$	$\forall x$e 1 (x_0)
6		$Q(x_0)$	$\to$e 4,5
7		$\exists x\, Q(x)$	$\exists x$i 6 (x_0)
8		$\exists x\, Q(x)$	$\exists x$e 3, 4-7
9		$\bot$	$\neg$e 8,2
10		$\neg \exists x\, P(x)$	$\neg$i 3-9
11		$\neg \exists x\, Q(x) \to \neg \exists x\, P(x)$	$\to$i 2-10

fri

$\boxed{C1}$ (a) $\phi : \forall x\, (P(f(y)) \wedge \neg \exists y\, Q(x, y))$

$t : g(f(x), y)$

(b) $\phi[t/x] = \phi$ (ϕ har inga fria förekomster av x)

$\phi[t/y] = \forall x' (P(f(g(f(x), y))) \wedge \neg \exists y\, Q(x', y))$

C2 (a) Sekvent:

$$\forall x\, Y(x, f(x)),\ \neg \exists x\, Y(x,x) \vdash \neg(s = f(s))$$

(b) Bevis i ND:

1	$\forall x\, Y(x, f(x))$	premiss
2	$\neg \exists x\, Y(x,x)$	premiss
3	$s = f(s)$	antagande
4	$Y(s, f(s))$	$\forall x$e 1 (s)
5	$Y(f(s), f(s))$	$=$e 3,4 $Y(z, f(s))[s/z]$
6	$\exists x\, Y(x,x)$	$\exists x$i 5 $(f(s))$
7	$\bot$	$\neg$e 6,2
8	$\neg(s = f(s))$	$\neg$i 3-7