DD1350 Logik för dataloger

Dilian Gurov
KTH CSC

KONTROLLSKRIVNING (VARIANT B)
9 oktober 2012, 15.30 - 16.30

Skriv varje problem på ett separat blad. Skriv ditt namn på alla blad. Ett formelblad kommer att delas ut under kontrollskrivningen; inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Del E

Kravet för att klara denna del är 8 poäng av 12.

1. Betrakta följande resonemang i naturligt språk: $\boxed{5}$

   Om PIN-koden är korrekt och summan inte är större än saldot på kontot, så får Per summan från bankomaten. Men Per fick summan inte från bankomaten. Därför var PIN-koden korrekt om summan inte var större än saldot på kontot.

   (a) Formalisera resonemangen i form av en satslogisk sekvent. Presentera en lista över alla atomer och de atomiska satserna atomerna formaliserar.

   (b) Gäller sekventen? Motivera ditt svar.

2. Betrakta följande predikatlogiska sekvent: $\boxed{7}$

$$\forall x\ (P(x) \to Q(x)),\ \exists x\ \neg Q(x) \vdash \exists x\ \neg P(x)$$

   Presentera ett bevis i naturlig deduktion till sekventen. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

Del C

För betyg D måste du ha klarat del E och fått 4 poäng (av 12) på den här delen, medan 8 poäng krävs för betyg C.

1. Låt ϕ vara predikatlogiska formeln: $\boxed{4}$

$$\forall x\ (\exists y P(x, f(x,y)) \to \neg Q(y))$$

   och t vara termen:

$$f(y, g(x))$$

   (a) Med användning av pilar, visa vilka kvantifikatorer som binder vilka variabelförekomster i formeln ϕ, och identifiera alla fria variabelförekomster.

   (b) Beräkna substitutionerna $\phi[t/x]$ och $\phi[t/y]$ (presentera resultaten som formler och inte som träd). Döp om variabler *bara* där det är nödvändigt för att undvika variabelinfångande.

Vänd på bladet!

2. Betrakta följande resonemang i naturligt språk: $\boxed{8}$

   Ingen har en högre lön än sin chef. Signe är chef till alla. Därför har ingen en högre lön än Signe.

   och definitionerna:

$$
\begin{array}{rcl}
H(x,y) & : & x \text{ har en högre lön än } y \\
f(x) & : & \text{chefen till } x \\
s & : & \text{Signe}
\end{array}
$$

   (a) Formalisera resonemangen i form av en predikatlogisk sekvent.

   (b) Presentera ett bevis i naturlig deduktion till sekventen. Rita tydligt alla boxar för att visa räckvidden för alla antaganden och nya variabler i beviset.

Lycka till!

E1 (a) Atomer:

p : PIN-koden är korrekt
q : summan är större än saldot på kontot
r : Per får summan från bankomaten

Sekvent:

$$p \wedge \neg q \rightarrow r, \neg r \vdash \neg q \rightarrow p$$

(b) Sekventen gäller <u>inte</u>. Motvaluering:

$$\{p : F, q : F, r : F\}$$

för vilken både premisser är sanna, men slutsatsen falskt.

$\boxed{\text{E2}}$

$$\forall x\,(P(x) \to Q(x)),\ \exists x\, \neg Q(x) \vdash \exists x\, \neg P(x)$$

1.		$\forall x\,(P(x) \to Q(x))$	premiss
2.		$\exists x\, \neg Q(x)$	premiss
3.	x_0	$\neg Q(x_0)$	antagande
4.		$P(x_0) \to Q(x_0)$	$\forall x$e 1 (x_0)
5.		$\neg P(x_0)$	MT 4,3
6.		$\exists x\, \neg P(x)$	$\exists x$i 5 (x_0)
7.		$\exists x\, \neg P(x)$	$\exists x$e 2,3-6

$\boxed{\text{C1}}$

(a) $\phi : \forall x \left(\exists y \, P(x, f(x,y)) \to \neg Q(\overset{\text{fri}}{y}) \right)$

$t : f(y, g(x))$

(b) $\phi[t/x] = \phi$ ty ϕ har inga fria förekomster av x

$$\phi[t/y] = \forall x' \left(\exists y \, P(x', f(x',y)) \to \neg Q(f(y, g(x))) \right)$$

C2 (a) Sekvent:

$$\neg \exists x\, H(x, f(x)),\ \forall x\,(s = f(x)) \vdash \neg \exists x\, H(x, s)$$

(b) Bevis i ND:

1.		$\neg \exists x\, H(x, f(x))$	premiss
2.		$\forall x\,(s = f(x))$	premiss
3.		$\exists x\, H(x, s)$	antagande
4.	x_0	$H(x_0, s)$	antagande
5.		$s = f(x_0)$	$\forall x$ e 2 (x_0)
6.		$H(x_0, f(x_0))$	$=$e 5,4
7.		$\exists x\, H(x, f(x))$	$\exists x$ i 6 (x_0)
8.		$\perp$	$\neg$e 7,1
9.		$\perp$	$\exists x$ e 3,4-8
10.		$\neg \exists x\, H(x, s)$	$\neg$i 3-9