

Labb 4: NP-fullständighetsreduktioner

ROLLBESÄTTNING

Denna labb används som ommästarprov 2 i kursen. Den har utvecklats av Emma Enström inom ett exjobb på KTHs program civilingenjör och lärare. Labben testas detta år för att bli en obligatorisk labb nästa år. Därför kommer du att få fylla i en kort enkät i samband med redovisningen. Du ska redovisa labben den 30 maj, se kurswebbsidan. Labben ska göras enskilt.

Ansvarig för castingen till ett flertal olika filmer behöver koppla ihop rätt skådespelare med rätt roller. Samma person kan spela flera roller, men samma roll kan endast innehas av en person. Manus anger vilka roller som är med i samma scener. Varje skådespelare får bara ha en roll i varje scen.

Dessutom är skådespelarna p_1 och p_2 garanterade jobb hela tiden. Detta medför extraarbete eftersom de båda inte tål varandra och rollerna ska besättas så att de aldrig spelar mot varandra. Rollbesättningsproblemet är att avgöra ifall alla roller kan besättas med de skådespelare som finns till hands. Ingående parametrar är alltså:

Roller r_1, r_2, \dots, r_n

Skådespelare p_1, p_2, \dots, p_k

Villkor typ 1 (till varje roll): r_i kan besättas av p_1, p_2, p_6

Villkor typ 2 (till varje scen): s_u medverkar r_1, r_3, r_5, r_6 och r_7

Indataformat:

Rad ett har tre tal, n , s och k (antal roller, antal scener och antal skådespelare, $n \geq 1$, $s \geq 1$, $k \geq 2$). De följande n raderna representerar villkoren av typ 1 och börjar med ett tal som anger antalet efterföljande tal på raden, följt av de möjliga skådespelarnas nummer ($1 \leq nr \leq k$).

De sista s raderna är villkor av typ 2 och börjar ett tal som anger antalet efterföljande tal på raden, följt av tal som representerar de olika rollerna som är med i respektive scen. Varje roll förekommer högst en gång på varje sådan rad, så antalet roller på en rad ligger mellan 1 och n .

Fråga:

Kan rollerna besättas med högst k st skådespelare så att p_1 och p_2 deltar men inte är med i samma scener som varandra?

I den här laborationen ska du visa att rollbesättningsproblemet är NP-svårt genom att skriva ett program som, givet en lösning på rollbesättningsproblemet, löser något känt NP-fullständigt problem som finns inlagt i Kattis. Där finns för närvarande problemen Graffärgning (problem-id: adkreduction1) och Hamiltonsk cykel (adkreduction2). Du ska alltså inte försöka *lösa* rollbesättningsproblemet utan bara reducera ett annat problem till det.

Exempel på nej-instans:

5 4 3
3 1 2 3
2 2 3
2 1 3
1 2
3 1 2 3
2 1 2
3 1 3 4
2 3 5
3 2 3 5

Exempel på ja-instans:

6 5 4
3 1 3 4
2 2 3
2 1 3
1 2
4 1 2 3 4
2 1 4
3 1 2 6
3 2 3 5
3 2 4 6
3 2 3 6
2 1 6

Kattis testar om din reduktion är korrekt, men du måste naturligtvis kunna bevisa att den är det vid redovisningen. Då kommer handledaren också att fråga varför problemet ligger i NP och vad komplexiteten är för din reduktion.

Vid rättningen utnyttjas en lösare för instanser av ett (annat) NP-fullständigt problem inom rimliga storleksgränser. Om din reduktion inte fungerar fast du tycker att den borde det, får du gärna meddela det till emmaencl@kth.se

GRAFFÄRGNING

Indata:

En orientad graf och ett antal färger m . Dubbelkanter kan förekomma, men inga öglor.

Indataformat:

tal V (antal hörn, $V \geq 1$)

tal E (antal kanter, $E \geq 0$)

mål m (maxantal färger, $m \geq 1$)

E stycken rader med varje kants ändpunkter (hörnen numreras från 1 till V)

Fråga:

Kan hörnen i grafen färgas med högst m färger så att inga grannar har samma färg?

HAMILTONSK CYKEL

Indata:

En riktad graf.

Indataformat:

tal V (antal hörn, $V \geq 1$)

tal E (antal kanter $E \geq 0$)

E stycken rader med varje kants starthörn och sluthörn (hörnen numreras från 1 till V)

Fråga:

Finns det en tur längs kanter i grafen som börjar och slutar på samma ställe och som passerar varje hörn exakt en gång?