Viggo Kann, KTH CSC

Lösningar till teoritenta i Algoritmer (datastrukturer) och komplexitet för KTH DD1352/2D1352/DD2354/2D1354 och SU 2008-05-13

1. (8 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett övertygande motiverat riktigt svar 2 poäng.

   a) Med hjälp av *FFT* kan man addera envariabelpolynom av höga gradtal effektivast.
   Falskt. FFT är bra på *multiplikation* av polynom. Man adderar två n-tegradspolynom snabbast (i linjär tid) med termvis addition.

   b) En algoritm med tidskomplexiteten $O(3^{\log(n^2)})$ går i polynomisk tid.
   Sant. $3^{\log(n^2)} = 3^{2\log n} = 9^{\log n} = n^{\log 9}$ som är polynomiskt.

   c) En *heuristik* är en algoritm som i polynomisk tid hittar en approximativ lösning till ett optimeringsproblem, där resultatet är inom en konstant faktor ifrån det optimala värdet.
   Falskt. En heuristik är en algoritm som hittar en icke-optimal lösning till ett optimeringsproblem, oftast snabbt. Men lösningen kan vara hur dålig som helst.

   d) En *skipplista* är en lämplig datastruktur i en tillämpning med kravet att uppslagning garanterat måste ta $O(\log n)$.
   Falskt. Skipplistan har uppslagningstid $O(\log n)$ i medel men inte i värsta fallet eftersom den är probabilistisk och alla element kan hamna på understa nivån.

2. (4 p) Stryk över dom felaktiga alternativen nedan så att korrekta definitioner av NP och NP-fullständighet uppstår. En halv poäng ges för varje korrekt svar.

$$\text{NP består av alla} \left\{\begin{array}{l}\text{beslutsproblem}\\ \cancel{\text{optimeringsproblem}}\\ \cancel{\text{konstruktionsproblem}}\end{array}\right. \text{som har egenskapen att för varje}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{ja-instans}\\ \cancel{\text{nej-instans}}\\ \cancel{\text{indata}}\end{array}\right. \text{kan} \left\{\begin{array}{l}\cancel{\text{en probleminstans}}\\ \cancel{\text{ett orakel}}\\ \text{en lösning}\end{array}\right. \left\{\begin{array}{l}\cancel{\text{reduceras}}\\ \cancel{\text{skapas}}\\ \text{verifieras}\end{array}\right. \text{i polynomisk tid.}$$

$$\text{Ett problem } A \text{ är NP-fullständigt om det dels} \left\{\begin{array}{l}\cancel{\text{är NP-svårt}}\\ \text{tillhör NP}\\ \cancel{\text{kan lösas i exptid}}\end{array}\right. \text{och dels varje}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\cancel{\text{NP-svårt problem}}\\ \text{problem i NP}\\ \cancel{\text{exponentiell lösning}}\end{array}\right. \text{kan} \left\{\begin{array}{l}\text{reduceras till } A\\ \cancel{\text{reduceras från } A}\\ \cancel{\text{reduceras både till och från } A}\end{array}\right. \text{i} \left\{\begin{array}{l}\cancel{\text{logaritmisk tid.}}\\ \text{polynomisk tid.}\\ \cancel{\text{ändlig tid.}}\end{array}\right.$$

3. (4 p) Du har fått i uppdrag att lösa ett knivigt optimeringsproblem B. Först visar du att problemet är NP-svårt. Men chefen vill ändå ha ett program som löser problemet. Beskriv *fyra* olika saker (från ADK-kursen) som du kan prova för att få chefen nöjd. En poäng ges för varje korrekt svar.

   - en approximationsalgoritm
   - en eller flera heuristiker
   - en väl implementerad totalsökning
   - förenkla problemet

4. Uppgift två i mästarprov 2 började som bekant så här:

År 2004 infördes ett nytt bedömningssystem i konståkningstävlingar. Varje utfört element (till exempel ett hopp) bedöms av tolv domare på en heltalsskala från -3 till $+3$. Tre av domarna, som i förväg har valts ut slumpmässigt, får sina bedömningar borttagna (för att motverka fusk) och av de återstående nio bedömningarna tas den högsta och den lägsta bort. Summan av resterande sju bedömningar blir elementets slutpoäng (vilket senare skalas om, men det bortser vi från här). Efter varje tävling publiceras alla domares bedömningar och varje elements slutpoäng. Vilka domare som tagits bort syns inte, men det går att räkna ut med totalsökning.

a) (3 p) Skriv pseudokod för en totalsökningsalgoritm som hittar vilka tre domare som tagits bort. Du kan anta att det finns en lösning och behöver inte hitta mer än en lösning.

Konståkning($B[1..12, 1..n]$, Slutpoäng$[1..n]$) =
    for $d1 \leftarrow 1$ **to** 10 **do**
        for $d2 \leftarrow d1 + 1$ **to** 11 **do**
            for $d3 \leftarrow d2 + 1$ **to** 12 **do**
                hittatskillnad← **false**
                for $e \leftarrow 1$ **to** n **do**
                    $s \leftarrow 0$; $min \leftarrow 3$; $max \leftarrow -3$
                    for $d \leftarrow 1$ **to** 12 **do**
                        if $d \neq d1$ **and** $d \neq d2$ **and** $d \neq d3$ **then**
                            if $B[d, e] < min$ **then** $min \leftarrow B[d, e]$
                            if $B[d, e] > max$ **then** $max \leftarrow B[d, e]$
                            $s \leftarrow s + B[d, e]$
                        if $s - min - max \neq$slutpoäng$[e]$ **then** hittatskillnad← **true**
                if not hittatskillnad **then return** $\{d1, d2, d3\}$

b) (1 p) Tidskomplexiteten är $O(n)$.

På kursens webbsida http://www.csc.kth.se/DD1352/adk08/ ligger en kursenkät som var och en uppmanas att svara på så snart som möjligt. Viggo och nästa års elever på kursen tackar på förhand!

Vill du ha högre betyg på kursen? Om du har fått minst betyg C på två av dom betygsatta kursmomentet (teoritentan, mästarprov 1, mästarprov 2) och minst betyg E på det tredje så får du boka in dej på muntlig redovisning 20 maj. Boka en tid på kursens webbsida senast 15 maj. Välj om du vill redovisa för betyg C, B eller A.