

FÖRELÄSNING

AVGÖRBARHET OCH OAVGÖRBARHET

OAVGÖRBARA PROBLEM

BEVIS AV OAVGÖRBARHET

GEMENSAM EGENSKAP

REKURSIV OCH REKURSIVT UPPRÄKNELIG

(HAREZ)

AVGÖRBART OCH OAVGÖRBART

ETT PROBLEM SOM HAR EN ALGORITM SOM FÖR ALLA INSTANSER KAN HITTA EN LÖSNING I ÄNDLIG TID KALLAS AVGÖRBART.

ETT PROBLEM SOM INTE KAN LÖSAS I ÄNDLIG TID AV NÅGON ALGORITM KALLAS OAVGÖRBART.

VARJE PROBLEM SOM BARA HAR ETT ÄNDLIGT ANTAL PROBLEMINSTANSER ÄR AVGÖRBART.

FÖRUTSATT ATT VARJE LÖSNING KAN SKRIVAS NER I ÄNDLIG TID

AVGÖRBARHET/OAVGÖRBARHET ANVÄNDS I FÖRSTA HAND OM BESLUTSPROBLEM.

ANNARS TALAR MAN OM BERÄKNINGSBARHET.

KAKELLÄGGARPROBLEMET

INSTANS: ETT ANTAL TYPER AV KVADRATISKA KAKELPLATTOR, DÄR EN VISS KANT SKA VARA NEDÅT.

FRÅGA: GÅR DET ATT KAKLA VARJE $m \times m$ -RUTA MED KAKELPLATTOR AV ENDAST DOM GIVNA TYPERNA SÅ ATT MÖNSTRET STÄMMER ÖVERALLT?

EXEMPEL:



TYP 1

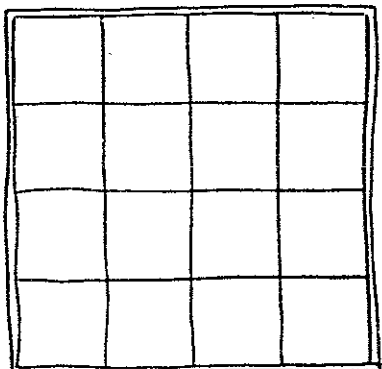


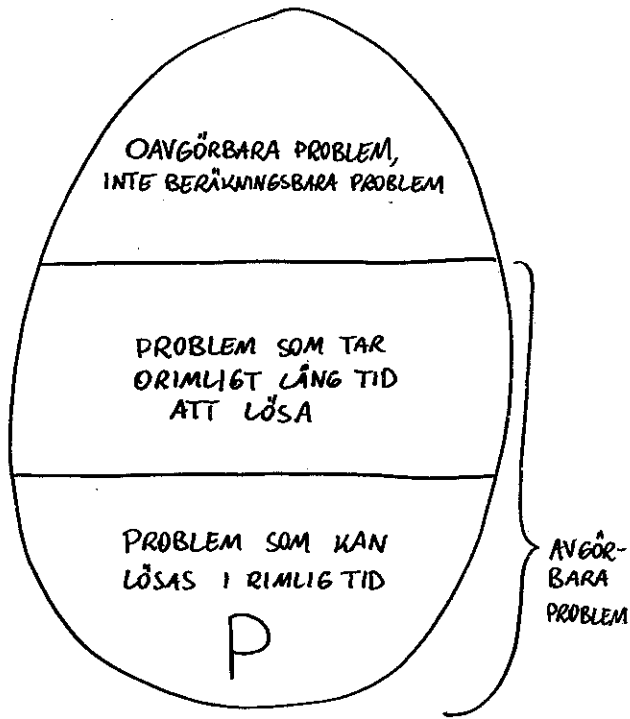
TYP 2



TYP 3

4x4:





OAVGÖRBART PROBLEM 2: ORDÖVERENSSTÄMMEELSE

INSTANS: MÅNGD ORDPAR $\{(x_i, y_i)\}$

FRÅGA: FINNS DET NÅGON ÄNDLIG TALFÖLJD a_1, a_2, \dots SÅ ATT $x_{a_1} x_{a_2} x_{a_3} \dots = y_{a_1} y_{a_2} y_{a_3} \dots$?

EXEMPEL 1:

$\{(abb, bbab), (a, aa), (bab, ab), (baba, aa), (aba, a)\}$

ÖVERENSSTÄMMEELSE FÅS MED 2, 1, 1, 4, 1, 5:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 4 | 1 | 5 |
| a | b | b | a | b | a |
| 2 | 1 | 1 | 4 | 1 | 5 |

EXEMPEL 2:

$\{(bb, bab), (a, aa), (bab, ab), (baba, aa), (aba, a)\}$

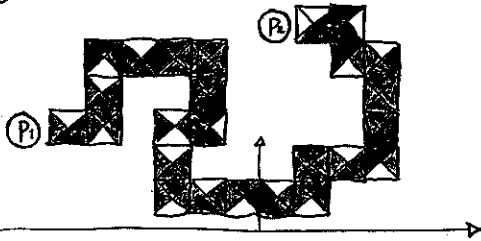
INGEN ÖVERENSSTÄMMEELSE KAN FÅS!

OAVGÖRBART PROBLEM 3: ORM I KAKEL

INSTANS: MÅNGO TYPER AV KAKELPLATTOR, TVÅ PUNKTER, p_1 OCH p_2 , I PLANET.

FRÅGA: GÅR DET ATT KAKLA EN "ORM" SOM BÖRJAR I p_1 OCH SLUTAR I p_2 , DÄR MÖNSTRET PASSAR ÖVERALLT OCH DÄR ORMEN HÅLLER SEJ I ÖVRE HALVPLANET?

EXEMPEL:



AVGÖRBAR VARIANT AV ORM I KAKEL:

SAMMA PROBLEM, MEN ORMEN BEHÖVER INTE HÅLLA SEJ I ÖVRE HALVPLANET.

OAVGÖRBART PROBLEM 4: STOPPPROBLEMET

INSTANS: PROGRAM P OCH INMATNING X
TILL PROGRAMMET

FRÅGA: KOMMER PROGRAMMET P NÅGONSIN ATT
STANNA OM DET STARTAS MED INDATA X?

OAVGÖRBART PROBLEM 5: PROGRAMVERIFIERING

INSTANS: PROGRAM P OCH SPECIFIKATION S
SOM BESKRIVER VAD P SKA MATA UT
FÖR VARJE INDATA.

FRÅGA: UPPFYLLER PROGRAMMET SPECIFIKATIONEN?

(P UPPFYLLER SPECIFIKATIONEN OM DET FÖR VARJE
MÖJLIGT INDATA STANNAR OCH PRODUCERAR DEN
LÖSNING SOM ANGES AV S)

BEVIS AV OAVGÖRBARHET

REDUCERA ETT PROBLEM SOM DU VET ÄR
OAVGÖRBART TILL DITT PROBLEM.

OM REDUKTIONEN I SEJ ÄR BERÄKNINGSBAR
SÅ ÄR OCKSÅ DITT PROBLEM OAVGÖRBART.

EXEMPEL: VISA ATT DETTA PROBLEM ÄR OAVGÖRBART:

INSTANS: PROGRAM P

FRÅGA: STANNAR P PÅ ALLA INDATA?

REDUKTION FRÅN STOPPPROBLEMET:

STOPP(P, X) =

```
KONSTRUERA PROGRAMMET Q(Y) =  
  IF X=Y THEN P(X)  
  ELSE STOP
```

RETURN STOPP-FÖR-ALLA(Q)

BEVIS AV STOPPPROBLEMETS OAVGÖRBARHET

ANTA ATT STOPP(P, X) LÖSER STOPPPROBLEMET,
OVS ATT STOPPPROBLEMET ÄR AVGÖRBART, OCH VISA
ATT DETTA LEDER TILL EN MOTSÄGELSE.

KONSTRUERA PROGRAMMET META(P) PÅ FÖLJANDE SÄTT:

```
META(P) =  
  IF STOPP(P, P) THEN  
    WHILE TRUE DO BEGIN END  
  ELSE RETURN
```

VAD HÄNDER VID ANROPET META(META) ?

MÖJLIGHET 1: META(META) GÅR I OÄNDLIG SLINGA;
DÅ ÄR STOPP(META, META) FALSKT OCH
PROGRAMMET STANNAR. ORIMLIGT!

MÖJLIGHET 2: META(META) STANNAR SÅ SMÅNINGOM;
DÅ ÄR STOPP(META, META) SANT OCH
PROGRAMMET GÅR IN I OÄNDLIG SLINGA. ORIMLIGT!

GEMENSAM EGENSKAP:

ÄNDLIG VERIFIKATION

EN LÖSNING TILL ETT NP-FULLSTÄNDIGT PROBLEM KAN VERIFIERAS I POLYNOMISK TID.

PÅ MOTSVARANDE SÄTT:

EN LÖSNING TILL NÅGOT AV DOM BESKRIVNA OANGÖRBARA PROBLEMEN KAN VERIFIERAS I ÄNDLIG TID.

EXEMPEL: STOPPROBLEMET

OM P STANNAR PÅ INDATA X SÅ KAN BERÄKNINGEN VERIFIERAS I ÄNDLIG TID.

EXEMPEL: ORDÖVERENSSTÄMMESE

OM DET GÅR ATT FÅ ÖVERENSSTÄMMESE MED EN VISS TALFÖLJD SÅ ÄR DET LÄTT ATT KOLLA ATT $x_{a_1} x_{a_2} \dots = y_{a_1} y_{a_2} \dots$

EXEMPEL: KAKELLÄGGNING

OM DET FINNS NÅGON WIKM-RUTA SOM INTE KAN KAKLAS SÅ KAN DET (GANSKA) LÄTT VERIFIERAS: KOLLA ALLA TÄNKBARA KAKLINGAR AV DENNA RUTA.

REKURSIV OCH REKURSIVT UPPRÄKNELIG

REKURSIV FUNKTION = BERÄKNINGSBAR FUNKTION =
= FUNKTION SOM STANNAR FÖR ALLA INDATA.

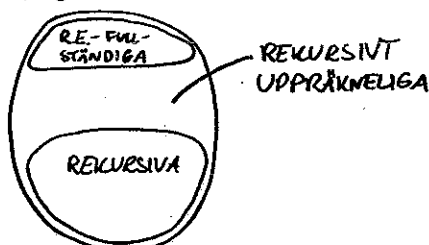
REKURSIV MÄNGD = SPRÅK SOM KAN KÄNNAS IGEN AV NÅGON REKURSIV FUNKTION.

REKURSIVT UPPRÄKNELIG FUNKTION =
= FUNKTION MED ÄNDLIG VERIFIKATION AV JA-LÖSNINGAR.

REKURSIVT UPPRÄKNELIG MÄNGD = SPRÅK SOM KAN KÄNNAS IGEN AV NÅGON REKURSIVT UPPRÄKNELIG FUNKTION.

R.E.-FULLSTÄNDIGA PROBLEM = DOM SVÄRASTE PROBLEMEN SOM KAN LÖSAS MED REKURSIVT UPPRÄKNELIGA FUNKTIONER.

STOPPROBLEMET ÄR R.E.-FULLSTÄNDIGT



DUBBEL ÄNDLIG VERIFIKATION

FÖR KAKELLÄGGNING KAN NEJ-LÖSNINGAR VERIFIERAS.
FÖR ORDÖVERENSSTÄMMESE KAN JA-LÖSNINGAR VERIFIERAS.

OM MAN FÖR ETT PROBLEM BÅDE KAN VERIFIERA JA-LÖSNINGAR OCH NEJ-LÖSNINGAR SÅ MÅSTE PROBLEMET VARA AVGÖRBART.

BEVIS:

GÅ IGENOM ALLA TÄNKBARA LÖSNINGAR I ORDNING (BÖRJA MED ALLA LÖSNINGAR AV LÄNGD 1, SEDAN LÄNGD 2 OSV) OCH TESTA FÖR VAR OCH EN OM DEN ÄR EN JA-LÖSNING ELLER NEJ-LÖSNING. AVBRYT SÅ FORT EN VERIFIERING LYCKAS.

DENNA PROCEDUR ÄR ÄNDLIG EFTERSOM MAN FÖRR ELLER SENARE TESTAR EN RIKTIG LÖSNING.