Viggo Kann, KTH CSC

Lösningar till posttest i reduktionskunskap 2011-11-09

Uppgift 1. Betydelse av reduktioner

Vi vet att B är NP-fullständigt.

$$\begin{array}{ccccc} \text{A} & \leftarrow & \text{B} & \leftrightarrow & \text{C} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{D} & \leftarrow & \text{E} & & \end{array}$$

	ligger i NP	är NP-fullständigt	är NP-svårt
A			x
C	x	x	x
D			x
E			x

Uppgift 2. Bevis av reduktion

Låt V vara hörnen i G och E vara kanterna. Vi kan till att börja med konstatera att reduktionen har tidskomplexiteten $O(|E| + |V|)$ vilket i högsta grad är polynomiskt.

Anta att $S \subseteq V$ är M stycken hörn som bildar en klick i G. Låt oss visa att $V - S$, som består av $n - M$ hörn, är en hörntäckning i G^c.

Eftersom S är en klick i G så är S en oberoende mängd i G^c, dvs det finns inga kanter mellan hörn i S. Alla kanter i G^c går alltså antingen mellan två hörn i $V - S$ eller mellan ett hörn i $V - S$ och ett hörn i S. Det betyder att $V - S$ är en hörntäckning, vilket var det vi ville visa.

Anta nu å andra sidan att det finns en hörntäckning med $n - M$ hörn i G^c, dvs alla hörn i V utom M stycken. Låt S vara dessa M hörn som inte är med i hörntäckningen. Eftersom alla kanter i G^c täcks av hörnen i $V - S$ så kan det inte finnas några kanter alls i G^c mellan hörnen i S. Det betyder att S är en oberoende mängd i G^c, dvs S är en klick i G, vilket skulle visas.

Reduktionen transformerar alltså ja-instanser till ja-instanser och nej-instanser till nej-instanser. Alltså är det en Karpreduktion.